

Ćwiczenia 10 i 11 października 2019

1. Jaka jest energia wiązania grawitacyjnego kuli o masie M i promieniu R gdy:
 - a) kula ma stałą gęstość,
 - b) kula ma gęstość $\rho = \rho_c(1 - x^2)$, gdzie $x = r/R$.
2. Proszę pokazać, że w przypadku sferycznie symetrycznym, w stanie równowagi hydrostatycznej spełnione jest równanie

$$3 \int P dV = -W,$$

gdzie W jest energią wiązania grawitacyjnego równą $W = - \int_0^M \frac{GM_r dM_r}{r}$

3. Jaka jest średnia temperatura kuli gazu doskonałego o stałej gęstości (określonej przez masę M i promień R) i stałej masie cząsteczkowej μ . Jaka jest temperatura centralna takiej kuli? Proszę podać dane liczbowe dla masy i promienia Słońca i średniej masy cząsteczkowej równej $\mu = 0.62$.
4. Proszę pokazać, że w przypadku sferycznie symetrycznym

$$W = \frac{1}{2} \int_0^M \Phi dM_r,$$

gdzie Φ to potencjał grawitacyjny, określony następująco

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{GM_r}{r^2}$$

i dla kuli o masie M i promieniu R wartość potencjału na jej powierzchni $\Phi(R) = -GM/R$

5. Proszę znaleźć rozwiązanie równania Lane-Emdena dla $n=0$.
6. Proszę znaleźć rozwiązanie równania Lane-Emdena dla $n=1$.
7. Proszę sprawdzić, że rozwiązaniem równania Lane-Emdena dla $n=5$ jest $\Theta(\xi) = (\frac{1}{1+\xi^2/3})^{1/2}$.
8. Jaka jest masa kuli politropowej o indeksie politropy $n = 5$?
9. Proszę znaleźć rozwinięcie funkcji Lane-Emdena wokół 0 do wyrazów rzędu ξ^4 .
10. Jaka jest energia wiązania grawitacyjnego kuli politropowej o indeksie politropy $n < 5$?

Praca domowa

1. Proszę rozwiązać równanie Lane-Emdena dla politrop o indeksie: 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5 i podać wartości:
 - a) miejsc zerowych ξ_1
 - b) $-\xi_1^2 (\frac{d\Theta}{d\xi})_{\xi_1}$
 - c) $\rho_c/\bar{\rho}$
 - d) W_n ($P_c = W_n \frac{GM^2}{R^4}$)