

Ćwiczenia 17 i 18 października 2019

1. Jaka jest energia wiązania grawitacyjnego dla kul politropowych o indeksach politropy $n = 1.5$ i $n = 3$ dla masy i promienia Słońca? Jaka jest średnia temperatura takich kul, jeżeli przyjmiemy, że składają się z gazu doskonałego o stałej średniej masie cząsteczkowej $\mu = 0.62$, i jakie są wtedy ich temperatury centralne?
2. Jaka jest średnia gęstość, gęstość centralna, ciśnienie centralne dla kuli politropowej o indeksie politropy $n = 1.5$, masie 0.5 masy Słońca i promieniu 0.014 promienia Słońca?
3. Przyjmując, że zewnętrzna warstwa konwektywna Słońca zajmuje zewnętrzne 30% jego promienia, proszę podać przybliżoną wartość temperatury na dnie tej warstwy. Proszę przyjąć, że warstwa ma indeks politropy $n = 1.5$ i stałą średnią masę cząsteczkową, równą $\mu = 0.62$.
4. Proszę policzyć częstości własne i funkcje własne dla pierwszych czterech modów oscylacji radialnych kuli o profilu gęstości $\rho = \bar{\rho}/(3x^2)$ (w zależności od Γ).

Praca domowa

Proszę dokończyć zadanie 4 z ćwiczeń i policzyć częstości własne i funkcje własne dla pierwszych czterech modów oscylacji radialnych kuli o profilu gęstości $\rho = \bar{\rho}/(3x^2)$ dla $\Gamma_1 = 5/3$.

Na zajęciach otrzymaliśmy wzór na wartość s (najniższej potęgi w szeregu $y = \sum_{k=0} a_k x^{s+k}$, częstości własne ω_n^2 i wzór rekurencyjny na wartości współczynników a_{k+2} . We wzorze na częstości pojawia się $n = \frac{1}{2}(k+2)$. Proszę podać wartości σ_n , gdzie $\omega_n = \sigma_n \sqrt{4\pi G \bar{\rho}}$.

$$s = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8\left(3 - \frac{4}{\Gamma_1}\right)} - 1 \right]$$
$$\omega_n^2 = \frac{2\pi}{3} G \Gamma_1 \bar{\rho} (s + 2n - 2)(s + 2n + 1)$$
$$a_{k+2} = \frac{(s+k)(s+k+3) - \frac{3\omega_n^2}{2\pi G \Gamma_1}}{(s+k+2)(s+k+3) - \frac{2}{\Gamma_1}(3\Gamma_1 - 4)}$$