

Ćwiczenia. Plan na 5 i 6 grudnia 2019

Zad 0. Jaka jest częstość Brunta-Väisälä we wnętrzu Słońca, w miejscu, gdzie $M_r = 0.64 M_\odot$, $r = 0.31 R_\odot$, $\rho = 10 \text{ g/cm}^3$, $T = 6.6 \text{ MK}$, $\mu = 0.62$, a $\kappa = 3.6 \text{ cm}^2/\text{g}$? Proszę przyjąć, że materię Słońca w tym obszarze można opisać równaniem stanu gazu doskonałego.

Zad 1. Proszę wyprowadzić wzór na równowagową zawartość ^3He w reakcjach PPI.

Zad 2. Proszę ocenić ilość protonów w centrum Słońca posiadających energię większą od potencjału Coulomba, który jest barierą na syntezę deuteru. Przybliżona odległość potrzebna zajścia reakcji to $d = 1.4 (A_j^{1/3} + A_k^{1/3}) \text{ fm}$. Ładunek elementarny w c.g.s. to $4.8 \cdot 10^{-10}$, $k = 1.38 \cdot 10^{-16}$, $T = 15 \text{ MK}$.

Zad 3. Tempo reakcji termojądrowych jest proporcjonalne do $\exp(F(E))$, gdzie $F(E) = -(E/kT + b/\sqrt{E})$. Jakie jest położenie maksimum Gamowa ($b = 0.98 Z_i Z_j \sqrt{m_r/m} \text{ MeV}^{1/2}$)? Jakiej energii odpowiada ono dla cyklu p-p we wnętrzu Słońca ($T = 15 \text{ MK}$), a jakiej dla cyklu CNO? Jakie będą temperaturowe wykładniki dla tempa energii produkowanej w cyklu p-p i CNO dla temperatur 10, 15, 20 i 30 MK?

Zad 4. Znając obserwowany strumień neutrin pochodzący ze Słońca z reakcji trzech gałęzi cyklu p-p proszę policzyć prawdopodobieństwo zajścia każdego z cykli. W cyklu PPI produkowane są dwa neutrino typu p-p ($E_1 = 0.263 \text{ MeV}$, $f_1 = 6 \cdot 10^{10}$). W cyklu PPII jedno neutrino typu p-p i jedno typu Be ($E_2 = 0.8 \text{ MeV}$, $f_2 = 4.9 \cdot 10^9$). W cyklu PPIII jedno neutrino typu p-p i jedno typu B ($E_3 = 7.2 \text{ MeV}$, $f_3 = 5.7 \cdot 10^6$). Jaka jest neutrinowa jasność Słońca?

Zadanie domowe:

Na późnym etapie ewolucyjnym, gdy w centrum gwiazdy wyczepany zostanie wodór, ewolucje izotopów He (n_4), C (n_{12}), O (n_{16}) opisują równania:

$$\frac{dn_4}{dt} = -3\lambda_1 n_4^3 - \lambda_2 n_4 n_{12}$$

$$\frac{dn_{12}}{dt} = \lambda_1 n_4^3 - \lambda_2 n_4 n_{12}$$

$$\frac{dn_{16}}{dt} = \lambda_2 n_4 n_{12}$$

λ_1 - współczynnik reakcji cyklu 3α , λ_2 - współczynnik reakcji $C + He \rightarrow O$. Proszę znaleźć wyrażenia na $\frac{dX_{12}}{dX_4}$ oraz $\frac{dX_{16}}{dX_4}$, gdzie $X_i = \frac{m A_i n_i}{\rho}$, i rozwiązać numerycznie dla X_4 zmieniającego się od 1 do 0. Proszę użyć parametru $q = \frac{\lambda_2 m}{\lambda_1 \rho}$ i przedyskutować zależność końcowego stosunku X_{16}/X_{12} od q .