

Wykład 11 - Ewolucja przed ciągiem głównym.
Ciąg główny wieku zerowego (ZAMS)

12.12.2019

Masa Jeansa

Założmy, że mamy jednorodny, kulisty obłok gazu o masie M , średniej masie cząsteczkowej μ , promieniu R i temperaturze T . Energia wiązania grawitacyjnego tego obłoku wynosi

$$W = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

W przypadku równowagi $W = -2U$, gdzie

$$U = \frac{3}{2} \frac{k}{\mu m} MT.$$

Można przyjąć, że aby obłok gazu zaczął się zapadać musi być spełnione równanie

$$|W| > 2U$$

i w związku z tym

$$\frac{3}{5} GM^{5/3} \left(\frac{4}{3} \pi \rho \right)^{1/3} > 3 \frac{M}{\mu m} kT$$

Masa Jeansa, gęstość Jeansa

Otrzymujemy w związku z tym warunek na masę obłoku w zależności od jego temperatury i gęstości (masa Jeansa)

$$M > M_J = \left(\frac{5kT}{\mu mG} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho} \right)^{1/2} \quad (1)$$

lub warunek na gęstość w zależności od temperatury i masy (gęstość Jeansa)

$$\rho > \rho_J = \left(\frac{5kT}{\mu mG} \right)^3 \left(\frac{3}{4\pi M^2} \right) \quad (2)$$

Masa Jeansa - przykłady

- ▶ Masa Jeansa dla obłoku molekularnego (H_2 , $\mu = 2$) o $T = 10K$ i $n = 10^3 \text{ cm}^{-3}$. Gęstość wynosi ok. $3.3 \cdot 10^{-21} \text{ g/cm}^3$ (promień .49 pc)

$$M_J \approx 1.32 \cdot 10^{35} \text{ g} \approx 66.2 M_\odot$$

- ▶ Masa Jeansa dla obłoku neutralnego wodoru (H , $\mu = 1$) o $T = 100K$ i $n = 10^3 \text{ cm}^{-3}$. Gęstość wynosi ok. $1.6 \cdot 10^{-21} \text{ g/cm}^3$.

$$M_J \approx 6 \cdot 10^{36} \text{ g} \approx 3000 M_\odot$$

- ▶ Masa Jeansa dla obłoku zjonizowanego wodoru (HII , $\mu = 0.5$) o $T = 10^4 K$ i $n = 10^3 \text{ cm}^{-3}$. Gęstość wynosi ok. $8 \cdot 10^{-22} \text{ g/cm}^3$.

$$M_J \approx 8.5 \cdot 10^{38} \text{ g} \approx 4.25 \cdot 10^6 M_\odot$$

- Gęstość Jeansa dla masy Słońca i $T=10$ K, wodór molekularny

$$\rho_J = \left(\frac{5kT}{\mu mG} \right)^3 \left(\frac{3}{4\pi M^2} \right) = 3 \cdot 10^{-18} g/cm^3$$

- Odpowiada temu $n \approx 8 \cdot 10^5$ $1/cm^3$ Jest to wartość znacznie większa niż typowe gęstości gazu w obłokach molekularnych. Do powstania gwiazd o mniejszej masie może dojść w wyniku kolapsu masywnego i chłodnego obłoku gazu i jego późniejszej fragmentacji.

Oszacowanie czasu swobodnego spadku

- ▶ Przyjmijmy, że mamy obłok cząsteczkowego wodoru o gęstości (H_2 , $\mu = 2$) o $T = 10K$ i $n = 10^3 \text{ cm}^{-3}$. Gęstość wynosi ok. $3.3 \cdot 10^{-21} \text{ g/cm}^3$. Będziemy korzystać ze wzoru na czas swobodnego spadku

$$t(r) = \sqrt{\frac{3}{2}} \tau_d \left(\frac{h}{1+h^2} + \arctg(h) \right),$$

gdzie $h = \sqrt{r_0/r - 1}$ i

$$\tau_d = \sqrt{\frac{R^3}{3GM}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi G \bar{\rho}}} \approx 15 \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{M_\odot}{M}}_{\text{min}}$$

Czas kolapsu w przybliżeniu swobodnego spadku będzie wynosił w tym przypadku ok. $3.7 \cdot 10^{13} \text{ s}$, czyli ok. 600 tys. lat

Protogwiazdy

- ▶ Start kolapsu: $\bar{T} \leq 10^3$ K - obłok gazu przezroczysty (małe κ_ν) (swobodny spadek, utrata energii przez promieniowanie)
- ▶ Wczesny kolaps: wzrost gęstości i temperatury centralnych części obłoku do $\bar{T} \leq 10^4$ K, duża nieprzezroczystość jądra i zatrzymanie jego kolapsu, akrecja na nie materii o małej nieprzezroczystości - rozpad molekularnego H_2 usuwa energię z gazu i powoduje dalszy kolaps.
- ▶ Późny kolaps: $\bar{T} > 10^4$ K - jonizacja H , He - silny wzrost nieprzezroczystości - gwiazda całkowicie konwektywna
 $\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$
- ▶ Koniec kolapsu: zjonizowana plazma - spadek κ_ν - transport energii przez promieniowanie - pierwsze reakcje termojądrowe

Faza Hayashiego

- ▶ Etap ewolucji gwiazdy od momentu, kiedy staje się konwektywna, do zapalenia wodoru w centrum gwiazdy.
- ▶ Zakładamy w pełni konwektywną gwiazdę (dla uproszczenia o $n = 1.5$) z atmosferą z gazu doskonałego (dla $r > R$).
- ▶ Wnętrze opisane zależnością politropową

$$P = K\rho^{1+1/n}$$

Mamy zależność stałej K od M i R (wykład 2)

$$K = \frac{(4\pi)^{1/n}}{(n+1)} \xi_1^{\frac{-n-1}{n}} \left(-\frac{d\theta}{d\xi} \right)_1^{\frac{1-n}{n}} GM^{\frac{n-1}{n}} R^{\frac{3-n}{n}} = C_n M^{\frac{n-1}{n}} R^{\frac{3-n}{n}}$$

Na szczycie konwektywnego wnętrza mamy ciśnienie P_R

$$P_R = (C_n^n M^{n-1} R^{3-n})^{1/n} \rho_R^{1+1/n} \quad (3)$$

Faza Hayashiego - równania

- ▶ Poprzednie równanie możemy zapisać w postaci logarytmicznej

$$n \log P_R = (n-1) \log M + (3-n) \log R + (n+1) \log \rho_R + const \quad (4)$$

- ▶ Z równania stanu gazu doskonałego na powierzchni konwektywnego wnętrza

$$\log P_R = \log \rho_R + \log T_{ef} + const \quad (5)$$

- ▶ Z równania na jasność protogwiazdy

$$\log L = 2 \log R + 4 \log T_{ef} \quad (6)$$

- ▶ Z równania równowagi hydrostatycznej wynika, że ciśnienie P_R będzie się wiązało z całką po gęstości w fotosferze

$$P_R = \frac{GM}{R^2} \int_R^{r(\tau=0)} \rho dr$$

Faza Hayashiego - równania

- Powierzchnia fotosfery określona jest przez

$$\int_R^{r(\tau=0)} \kappa \rho dr = \bar{\kappa} \int_R^{r(\tau=0)} \rho dr \approx 1$$

w związku z tym

$$\int_R^{r(\tau=0)} \rho dr \approx \frac{1}{\bar{\kappa}}$$

- Wartość $\bar{\kappa} = \kappa_0 \rho_R^q T_{ef}^s$
- Wstawione do równania równowagi hydrostatycznej daje logarytmiczną zależność

$$\log P_R = \log M - 2 \log R - q \log \rho_R - s \log T_{ef} + const \quad (7)$$

Faza Hayashiego - równania

- ▶ Zbieramy cztery równania

$$n \log P_R = (n-1) \log M + (3-n) \log R + (n+1) \log \rho_R + \text{const}$$

$$\log P_R = \log \rho_R + \log T_{ef} + \text{const}$$

$$\log L = 2 \log R + 4 \log T_{ef}$$

$$\log P_R = \log M - 2 \log R - q \log \rho_R - s \log T_{ef} + \text{const}$$

- ▶ Eliminujemy z nich $\log R$, $\log P_R$ i $\log \rho_R$
- ▶ Otrzymujemy zależność pomiędzy $\log L$, $\log T_{eff}$ i $\log M$

$$\log L = A \log T_{ef} + B \log M + \text{const} \quad (8)$$

gdzie

$$A = \frac{(7-n)(q+1) - 4 - q - s}{0.5(3-n)(q+1) - 1}$$

$$B = \frac{(n-1)(q+1) + 1}{0.5(3-n)(q+1) - 1}$$

Faza Hayashiego - zależność $L - T_{ef}$ i $L - M$

- ▶ Podstawienie do wzorów na wykładniki wartości typowych dla niskich temperatur ($n=3/2$, $q = 0.5$, $s= 4$) daje $A = 62$, $B = 14$
- ▶ Linie ewolucji gwiazd w pierwszym etapie fazy Hayashiego są prawie pionowe
- ▶ Podstawienie do wzoru na wykładniki wartości odpowiadających wzorowi Kramersa ($n=3/2$, $q = 1$, $s= -3.5$) daje $A = 5$, $B = 4$

Zależność od czasu

- ▶ Ze względu na bardzo stromą zależność $L(T_{ef})$ możemy przyjąć, że $T_{ef} = const$
- ▶ Na pierwszym etapie ewolucji możemy pominąć reakcje jądrowe

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dW}{dt} = -L$$

Pamiętamy, że dla politrop

$$W = -\frac{3}{5-n} \frac{GM^2}{R}$$

W związku z tym zależność promienia od czasu może być opisana jako

$$\frac{d \ln R}{dt} = -\frac{7}{3\tau_{th}}$$

Ścieżka ewolucyjna Henyey'a

- ▶ Po osiągnięciu odpowiednio wysokiej temperatury nieprzezroczystość maleje i gwiazda (o odpowiedniej masie) staje się promienista
- ▶ Głównym źródłem energii ciągle jest grawitacyjna kontrakcja
- ▶ Pochodna po czasie jasności będzie opisana wzorem

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{d^2 W}{dt^2} = \frac{\alpha}{2} \frac{GM^2}{R^2} \left[-\frac{2}{R} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{d^2 R}{dt^2} \right]$$

- ▶ Z twierdzenia o wiriale wynika, że druga pochodna momentu bezwładności powinna być równa 0

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} (\alpha MR^2) = 0 \rightarrow \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + R \frac{d^2 R}{dt^2} = 0$$

- ▶ Podstawienie wzoru na drugą pochodną R po czasie da

$$\frac{dL}{dt} = \frac{3\alpha}{2} \frac{GM^2}{R^3} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2$$

Ścieżka ewolucyjna Henyey'a c.d.

- Dzieląc poprzednie równanie przez

$$L = -\frac{1}{2} \frac{dW}{dt} = -\frac{\alpha}{2} \frac{GM^2}{R^2} \frac{dR}{dt}$$

otrzymamy

$$\frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = -\frac{3}{R} \frac{dR}{dt}$$

czyli

$$\frac{d \ln L}{d \ln R} = -3$$

- Z równania

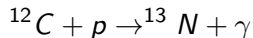
$$d \ln L = 2 d \ln R + 4 d \ln T_{ef} \rightarrow \frac{d \ln L}{d \ln R} = 2 + 4 \frac{d \ln T_{ef}}{d \ln R}$$

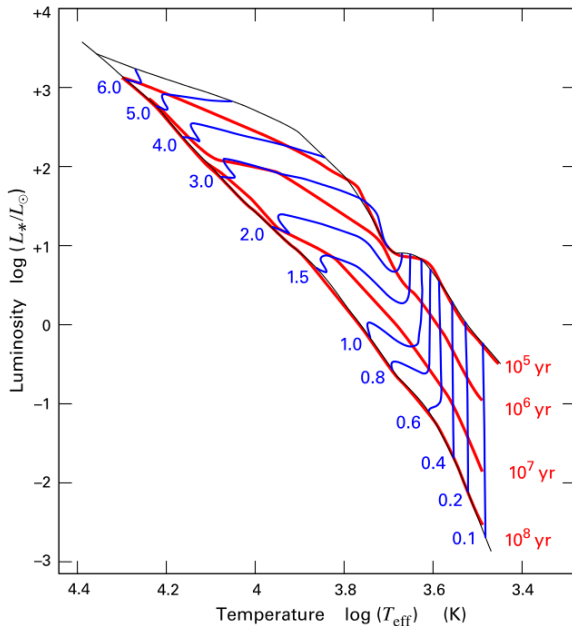
otrzymamy

$$\frac{d \ln T_{ef}}{d \ln R} = -\frac{5}{4} \quad ; \quad \frac{d \ln L}{d \ln T_{ef}} = \frac{12}{5}$$

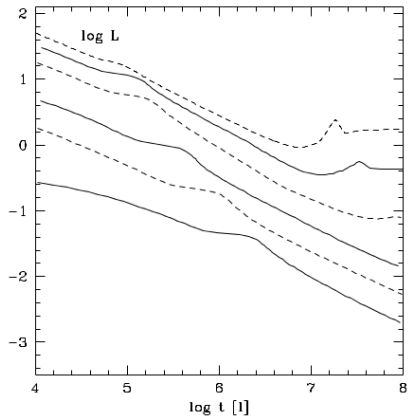
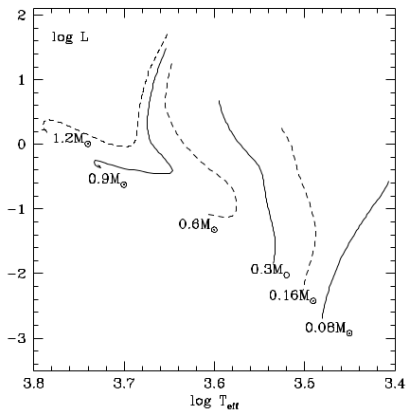
Główne reakcje termojądrowe przed osiągnięciem MS

- ▶ Faza spalania deuteru zachodzi dla $T_6 \approx 0.8$ dla $M = 0.08M_{\odot}$ i $T_6 \approx 2$ dla $M = 1.2M_{\odot}$
- ▶ Spalanie litu zachodzi przy $T_6 \geq 3$, nie wpływa jednak znacząco na ewolucję ze względu na małą obfitość tego pierwiastka ($X_7 = 10^{-8}$).
- ▶ Dla gwiazd a masach $M \geq 0.6M_{\odot}$ zachodzi reakcja

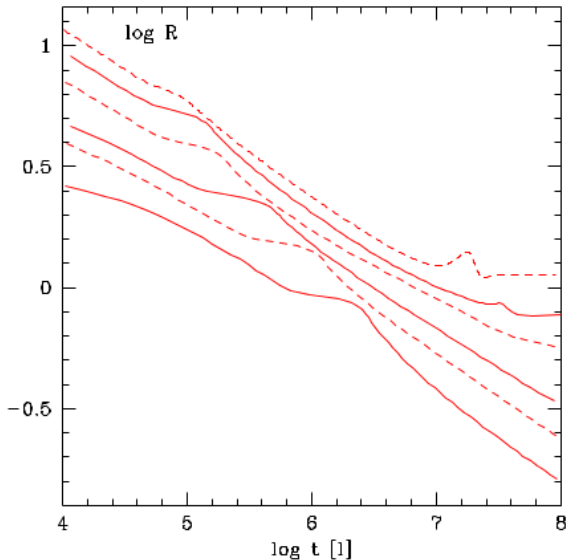




Rysunek: Kontrakcja na ciąg główny dla gwiazd w zakresie masy 0.1-6.0 $M_\odot$ (Steven W. Stahler and Francesco Palla, "The Formation of Stars")



Rysunek: Kontrakcja na ciąg główny dla gwiazd o małych masach $M_{\odot}$
 (W. Dziembowski w oparciu o D'Antona i Mazzitelli 1998)

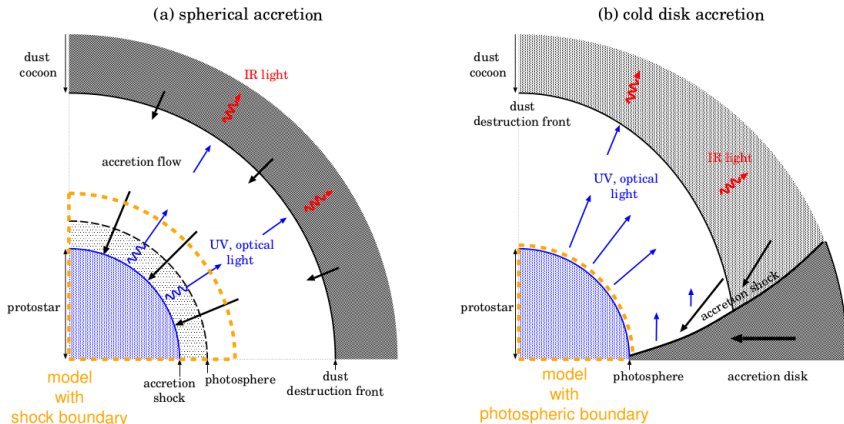


Rysunek: Zmiany promienia w czasie kontrakcji na ciąg główny dla gwiazd o małych masach $M_{\odot}$ (W. Dziembowski w oparciu o D'Antona i Mazzitelli 1998)

Powstawanie gwiazd masywnych

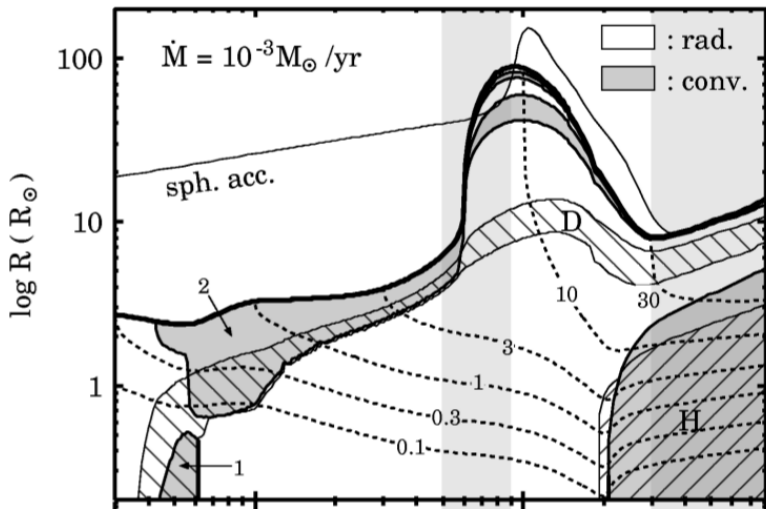
- ▶ Akrecja na jądro jest istotna aż do osiągnięcia ciągu głównego (rozważane tempa akrecji 10^{-5} - $10^{-3} M_{\odot}/rok$)
- ▶ Modele ze sferyczną akrecją
- ▶ Modele z akrecją dyskową
- ▶ Symulacje hydrodynamiczne

Model z pracy Hosokawa i inni 2010



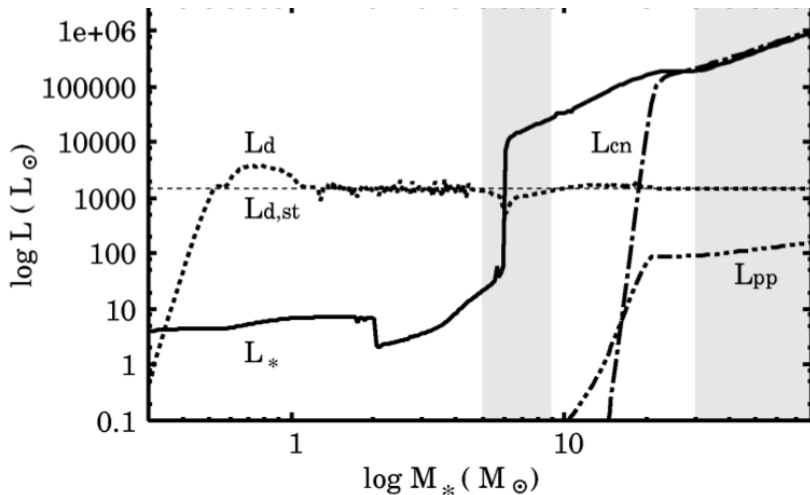
Rysunek: Model sferycznej akrecji po lewej i dyskowej akrecji po prawej stronie

Model z pracy Hosokawa i inni 2010



Rysunek: Ewolucja promienia w modelu ze stałym tempem akrecji dyskowej $10^{-3} M_{\odot} / \text{rok}$

Model z pracy Hosokawa i inni 2010

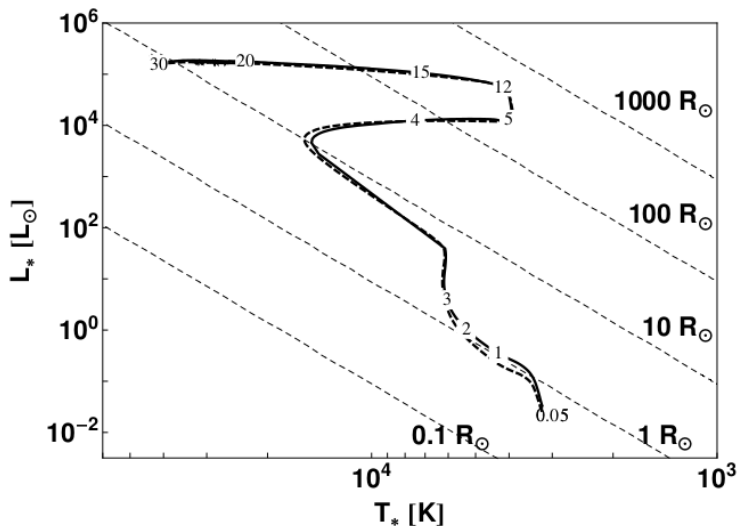


Rysunek: Ewolucja jasności w modelu ze stałym tempem akrecji dyskowej $10^{-3} M_{\odot}/rok$

Model pracy Kuiper i York 2014

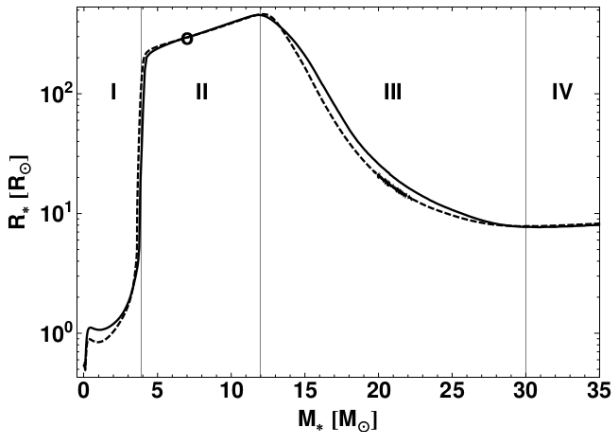
- ▶ Symulacje numeryczne akrecji z obłoku i obliczenia ewolucji gwiazdowej dla centralnej części w równowadze hydrostatycznej
- ▶ Początkowa masa części centralnej $0.05 M_{\odot}$, promień $0.54 R_{\text{odot}}$, jasność $0.022 L_{\odot}$
- ▶ Promień obłoku 0.1 pc , masa $100 M_{\odot}$, profil gęstości $\rho \sim r^{-2}$ (model A), $\rho \sim r^{-3/2}$ (modele B i C), stosunek energii rotacji do energii wiązania grawitacyjnego 0.01, 0.017 i 0.05 dla modeli A, B, C.
- ▶ Masa zaakreowana na część centralną odpowiednio 40, 30 i 21 M_{odot}

Model z pracy Kuiper i York 2014



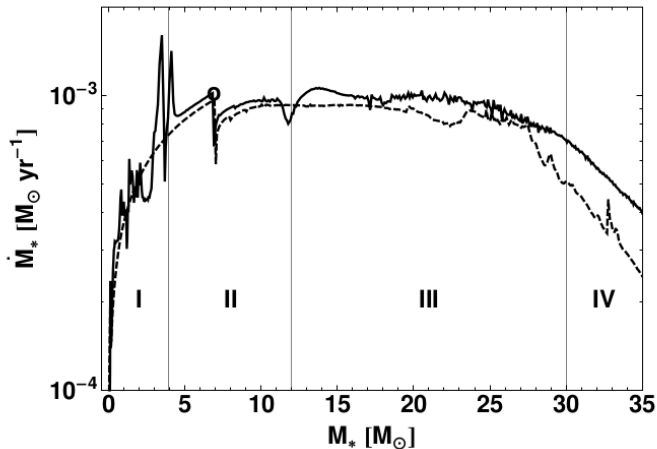
Rysunek: Ewolucja na diagramie H-R modelu B i modelu o stałym tempie akrecji $9 \cdot 10^{-4} M_\odot/\text{rok}$

Model z pracy Kuiper i York 2014



Rysunek: Zmiany promienia w modelu B i modelu o stałym tempie akrecji $9 \cdot 10^{-4} M_\odot / \text{rok}$. Faza I skala czasowa akrecji dużo krótsza niż skala cieplna, II rozszerzanie, III - kontrakcja w cieplnej skali czasu, IV - ciąg główny

Model z pracy Kuiper i York 2014



Rysunek: Tempo akrecji w modelu B. Utworzenie dysku nastąpiło przy $M = 7M_\odot$

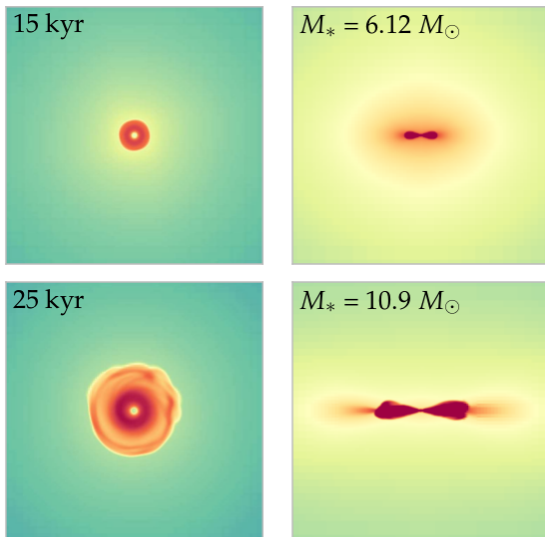
Model z pracy Klassen i inni 2016

SIMULATION PARAMETERS

Physical simulation parameters					
Parameter			M30	M100	M200
Cloud radius	[pc]	R_0	0.1	0.1	0.1
Power law index		p	1.5	1.5	1.5
Total cloud mass	[$M_\odot$]	M_{tot}	30	100	200
Number of Jeans masses		N_J	13.03	79.33	224.37
Peak (initial) mass density	[g/cm^3]	ρ_c	2.58×10^{-15}	8.84×10^{-15}	1.77×10^{-14}
Peak (initial) number density	[cm^{-3}]	n_c	6.62×10^8	2.27×10^9	4.54×10^9
Initial temperature	[K]	T	20	20	20
Mean freefall time	[kyr]	t_{ff}	95.8	52.4	37.0
Sound crossing time (core)	[Myr]	t_{sc}	0.569	0.569	0.569
Rigid rotation angular frequency	[s^{-1}]	Ω_{rot}	5.0×10^{-13}	5.0×10^{-13}	5.0×10^{-13}
Rotational energy ratio		β_{rot}	35.1 %	10.5 %	5.3 %

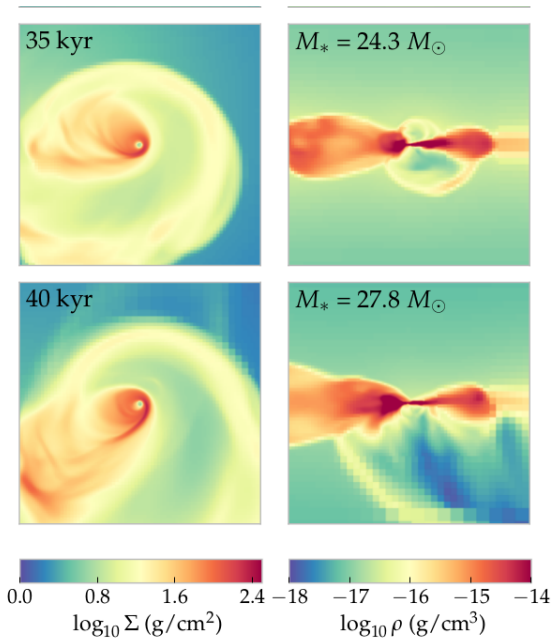
Rysunek: Parametry początkowe modeli

Model z pracy Klassen i inni 2016

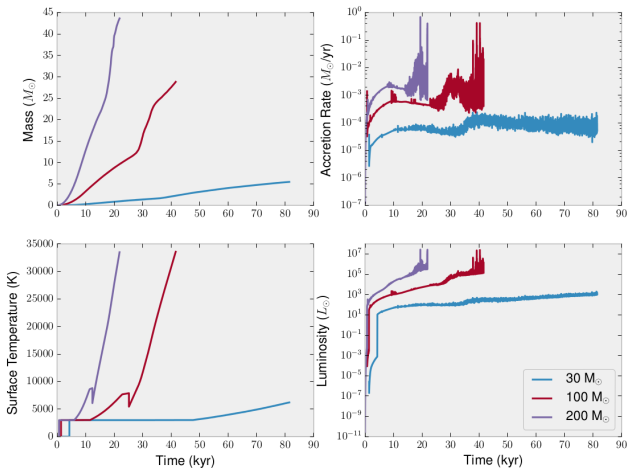


Rysunek: Obrazy z symulacji z $M = 100 M_\odot$

Model z pracy Klassen i inni 2016



Model z pracy Klassen i inni 2016

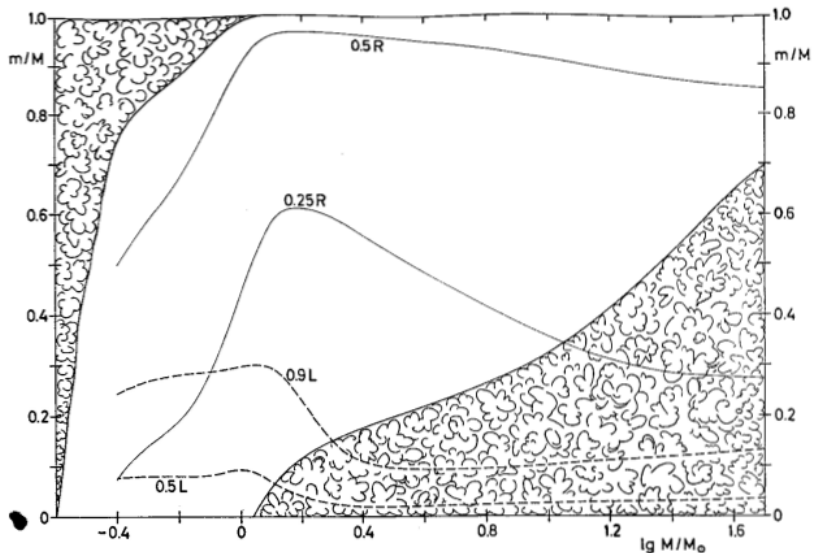


Rysunek: Przebieg głównych parametrów w zależności od czasu w trakcie symulacji

Modele na ciągu głównym wieku zerowego ZAMS

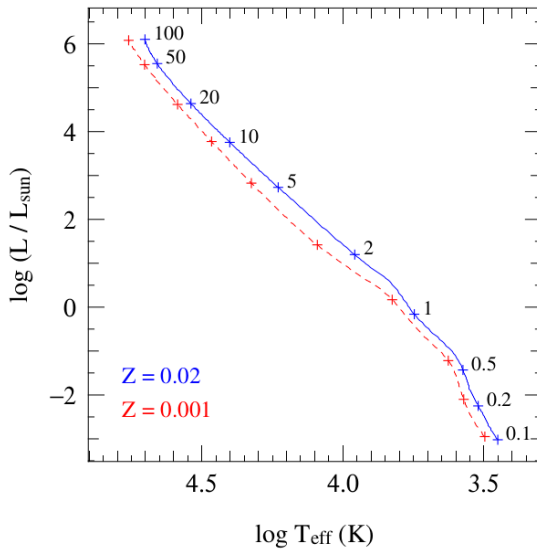
- ▶ Kontrakcja modeli kończy się na ciągu głównym wieku zerowego (ZAMS)
- ▶ Zakładamy, że modele ZAMS są chemicznie jednorodne
- ▶ Przybliżone zależności $L(M)$, $R(M)$, $T_c(M)$, $\rho_c(M)$ można otrzymać z modeli homologicznych.
- ▶ Modele na ZAMS nie są homologiczne dla większych przedziałów masy (całkowicie konwektywne dla $M < 0.3M_{\odot}$, konwektywne otoczki konwektywne jądra dla $M > 1.3M_{\odot}$)
- ▶ Typowy zakres rozpatrywanych mas jest w granicach $0.1 - 100M_{\odot}$ i jasności w granicach $10^{-3} - 10^6 L_{\odot}$
- ▶ Gwiazdy na ZAMS rozpoczynają najdłuższy etap gwiazdowej ewolucji - okres stabilnych reakcji termojądrowych zamieniających wodór w hel.

Obecność stref konwektywnych w gwiazdach ZAMS



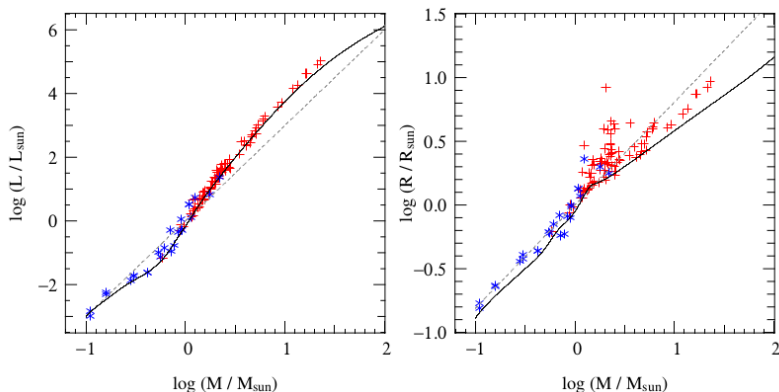
Rysunek: Rysunek z książki Kippenhahn i Weigert *Stellar Structure and Evolution*

Zależność $L(T_{\text{ef}})$ dla modeli ZAMS



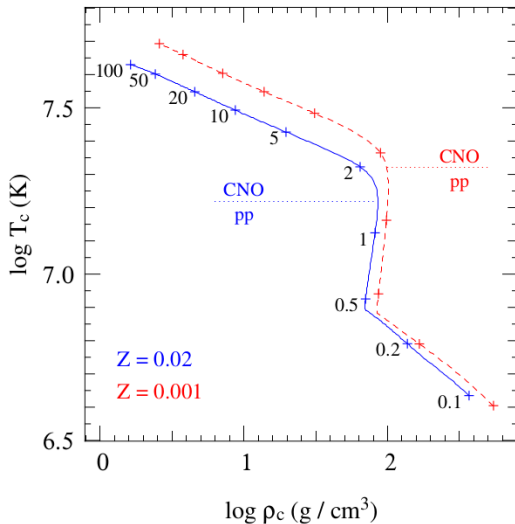
Rysunek: Rysunek z O.R.Pols *Stellatr Structure and Evolution*

Zależność $L(M)$ i $R(M)$ dla modeli ZAMS



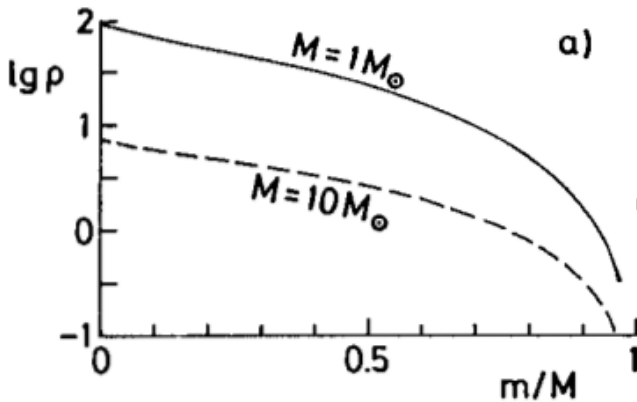
Rysunek: Rysunek z O.R.Pols *Stellar Structure and Evolution*

Zależność $T_c(\rho_c)$ dla modeli ZAMS



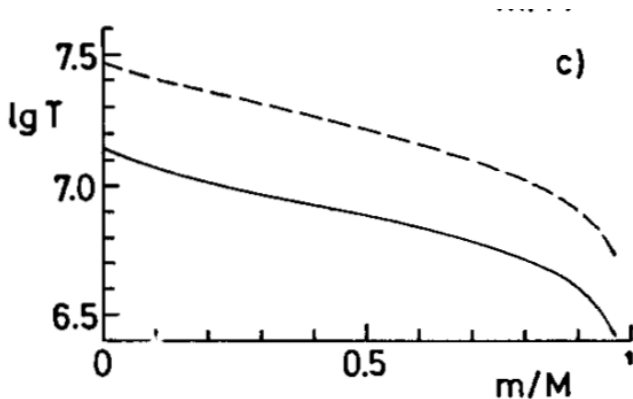
Rysunek: Rysunek z O.R.Pols *Stellatr Structure and Evolution*

Przebieg gęstości wewnątrz modeli ZAMS



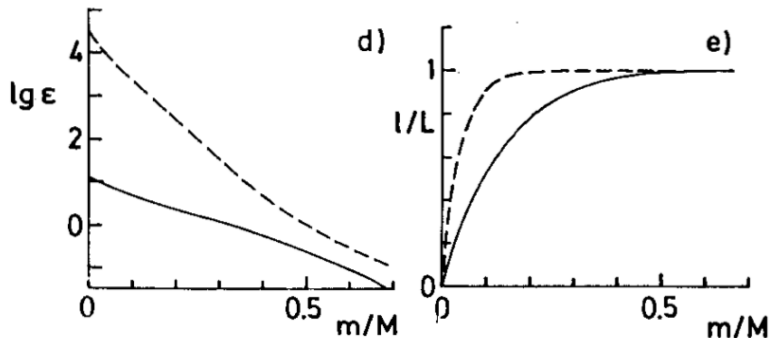
Rysunek: Rysunek z Kippenhahn i Weigert *Stellatr Structure and Evolution*

Przebieg temperatury wewnątrz modeli ZAMS



Rysunek: Rysunek z Kippenhahn i Weigert *Stellar Structure and Evolution*

Przebieg tempa produkcji energii i jasności wewnątrz modeli ZAMS



Rysunek: Rysunek z Kippenhahn i Weigert *Stellar Structure and Evolution*

Jasność i liczba wysokoenergetycznych fotonów dla ZAMS III populacji

M_{ini}	$\log L/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	$Q(\text{H})$	$Q(\text{He}^0)$	$Q(\text{He}^+)$
1000.	7.444	5.026	1.607E+51	1.137E+51	2.829E+50
500.	7.106	5.029	7.380E+50	5.223E+50	1.299E+50
400.	6.984	5.028	5.573E+50	3.944E+50	9.808E+49
300.	6.819	5.007	4.029E+50	2.717E+50	5.740E+49
200.	6.574	4.999	2.292E+50	1.546E+50	3.265E+49
120.	6.243	4.981	1.069E+50	7.213E+49	1.524E+49
80.	5.947	4.970	5.938E+49	3.737E+49	3.826E+48
60.	5.715	4.943	3.481E+49	2.190E+49	2.243E+48
40.	5.420	4.900	1.873E+49	1.093E+49	1.442E+47
25.	4.890	4.850	5.446E+48	2.966E+48	5.063E+44
15.	4.324	4.759	1.398E+48	6.878E+47	2.037E+43
9.	3.709	4.622	1.794E+47	4.303E+46	1.301E+41
5.	2.870	4.440	1.097E+45	8.629E+41	7.605E+36

Rysunek: Tabela 3 z pracy Schaerer 2002