

Wykład 12 - Ewolucja na ciągu głównym.
Ewolucja Słońca. Granica Schönberga -
Chandrasekhara

19.12.2019

Ciąg główny

Najdłuższa faza ewolucyjna dla gwiazd związana z zamianą wodoru w hel.

- ▶ Zmiany składu chemicznego w centrum gwiazdy
początek: $X=0.7$, $Y=0.28$, $Z=0.02$ to dla zjonizowanego gazu

$$\mu \approx \frac{2}{3X + 0.5Y + 1} = 0.617$$

koniec: $X=0$, $Y=0.98$, $Z=0.02$

$$\mu \approx 1.34$$

- ▶ Zmniejszenie liczby cząstek $\rightarrow$ kontrakcja dla zachowania ciśnienia zwiększenie gęstości $\rightarrow$ zwiększenie temperatury $\rightarrow$ zwiększenie tempa przemian jądrowych.

Zmiany parametrów centralnych

- ▶ Przybliżamy strukturę gwiazdy jako politropową i równanie stanu gazu doskonałego.

$$P = \frac{k}{\mu m_H} \rho T$$

$$P = K \rho^{1+1/n}$$

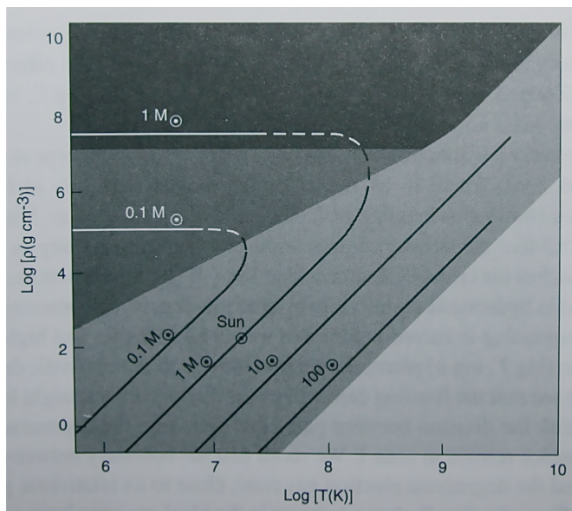
Dla ciśnienia centralnego

$$P_c = \frac{1}{4\pi(n+1) \left[\left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)_1 \right]^2} \frac{GM^2}{R^4} = B_n \frac{GM^2}{R^4} = C_n GM^{2/3} \rho_c^{4/3}$$

- ▶ Zależność pomiędzy gęstością a temperaturą centralną

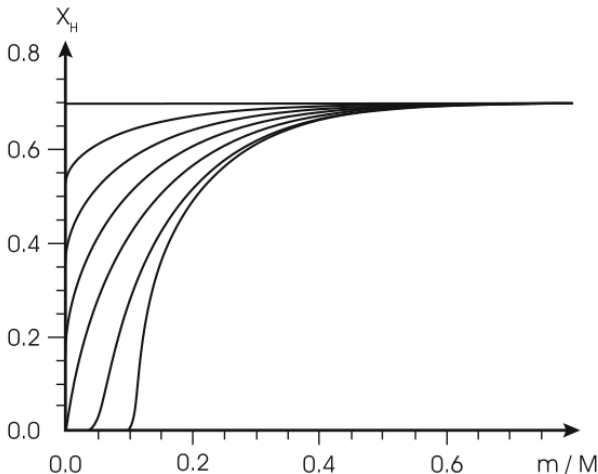
$$\rho_c = \left(\frac{k}{\mu m_H C_n G} \right)^3 \frac{T_c^3}{M^2}$$

Zmiany parametrów centralnych - model uproszczony



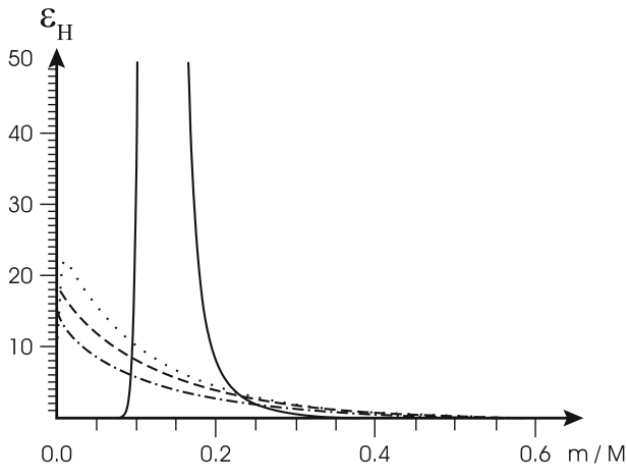
Rysunek: Wyidealizowane zmiany gęstości i temperatury centralnej
Krzysztof Belczyński - Wykład z Astrofizyki I

Zmiany składu chemicznego gwiazdy podobnej do Słońca



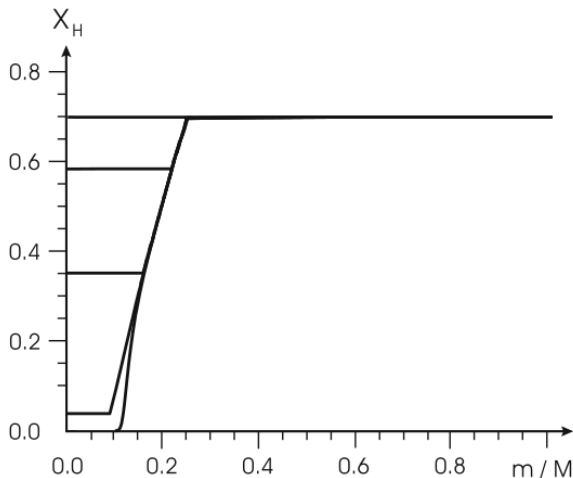
Rysunek: Zmiany składu chemicznego we wnętrzu gwiazd. Model o masie $1 M_{\odot}$ $X=0.7$, $Z=0.02$ w wieku 0.0, 2.2, 4.2, 6.2 8.2 i 10.4 i 11.2 Gy. (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Zmiany tempa produkcji energii



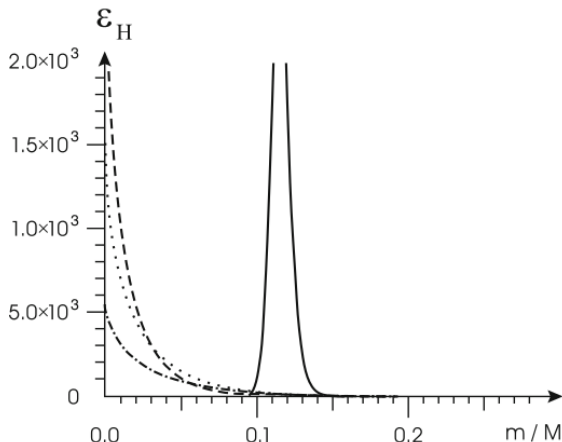
Rysunek: Zmiany tempa produkcji energii we wnętrzu gwiazd. Model o masie $1 M_{\odot}$ $X=0.7$, $Z=0.02$ w wieku 0.0, 2.2, 4.2, 6.2 8.2 i 10.4 i 11.2 Gy. Niewidoczne maksimum ma wartość 170 erg/g/s. (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Zmiany składu chemicznego gwiazdy podobnej do Słońca



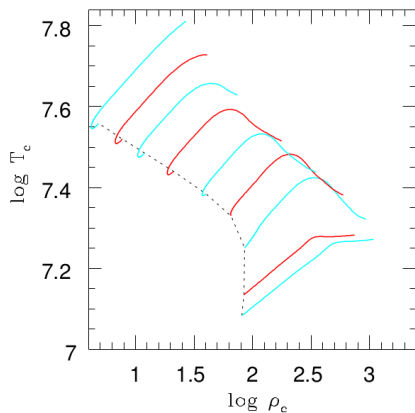
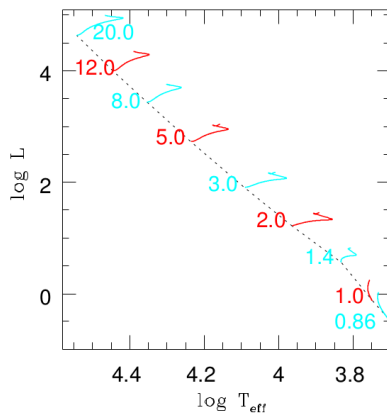
Rysunek: Zmiany składu chemicznego we wnętrzu gwiazd. Model o masie $5 M_{\odot}$ $X=0.7$, $Z=0.02$ w wieku 0.7, 23, 55, 78 i 82 My. (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Zmiany tempa produkcji energii



Rysunek: Zmiany tempa produkcji energii we wnętrzu gwiazd. Model o masie $5 M_{\odot}$, $X=0.7$, $Z=0.02$ w wieku 0.7, 55, 78 i 82 My. Niewidoczne maksimum ma wartość $2.6 \cdot 10^4$ erg/g/s (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Zmiany paramertów powierzchniowych i centralnych



Rysunek: Tory ewolucyjne gwiazd populacji I na diagramie HR i w płaszczyźnie $\log \rho_c - \log T_c$ (Wojciech Dziembowski "Astrofizyka teoretyczna I")

Zmiany parametrów powierzchniowych

- ▶ cykl PP - zwiększenie rozmiarów i temperatury efektywnej
- ▶ cykl CNO - zwiększenie rozmiarów i zmniejszenie temperatury efektywnej

Czas życia na ciągu głównym

- ▶ Ewolucja przebiega w jądrowej skali czasu silnie zależnej od masy gwiazdy $L \sim M^\alpha$, $\alpha \in (3; 4.5)$ w zakresie $0.5\text{--}20 M_\odot$

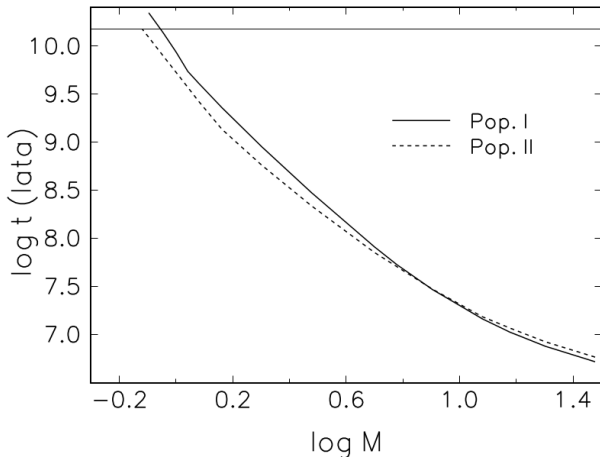
$$\tau_{nuc} = \frac{f \epsilon M c^2}{L}$$

f - część materii dostępna do reakcji ϵ - efektywność energetyczna reakcji ($\epsilon \approx 0.007$ dla reakcji termojądrowych zamiany wodoru w hel)

- ▶ Przybliżony czas życia Słońca na ciągu głównym to 10^{10} lat
- ▶ Przybliżony czas życia na ciągu głównym dla gwiazd o małych masach

$M_{ini}/M_\odot$	t_{MS} (yr)
0.1	$4 \cdot 10^{12}$
0.2	$9 \cdot 10^{11}$
0.3	$4 \cdot 10^{11}$
0.4	$2 \cdot 10^{11}$
0.5	$1.3 \cdot 10^{11}$
0.6	$7.5 \cdot 10^{10}$

Czas życia na ciągu głównym



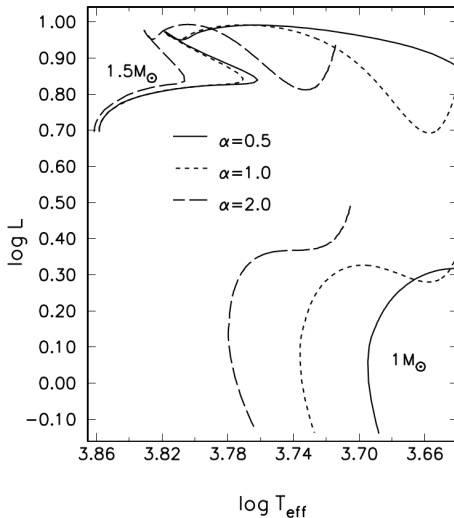
Rysunek: Zależność czasu życia gwiazdy w fazie ciągu głównego w zależności od masu i populacji - PopI: $X=0.7$, $Z=0.02$; PopII: $X=0.756$, $Z=0.001$ (Wojciech Dziembowski "Astrofizyka teoretyczna I")

Czas życia na ciągu głównym - duże masy

- Dla gwiazd o dużych masach istotną staje się utrata masy na ciągu głównym. Czasy życia dla gwiazd o dużych masach ($Z=0.02$).

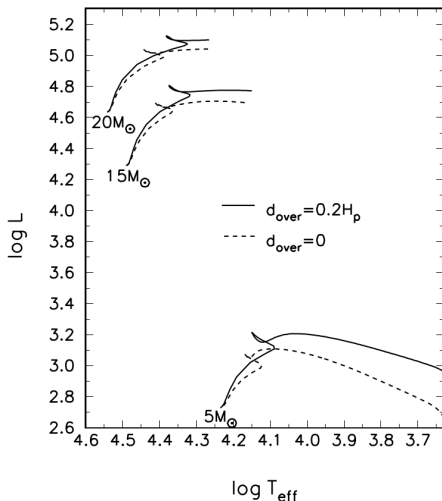
$M_{ini}/M_{\odot}$	t_{MS} (yr)	$-\Delta M/M_{\odot}$
30	$5.9 \cdot 10^6$	2.4
40	$4.9 \cdot 10^6$	5.0
50	$4.3 \cdot 10^6$	8.6
60	$4.0 \cdot 10^6$	13
80	$3.7 \cdot 10^6$	25
100	$3.5 \cdot 10^6$	40

Niepewności związane z konwekcją



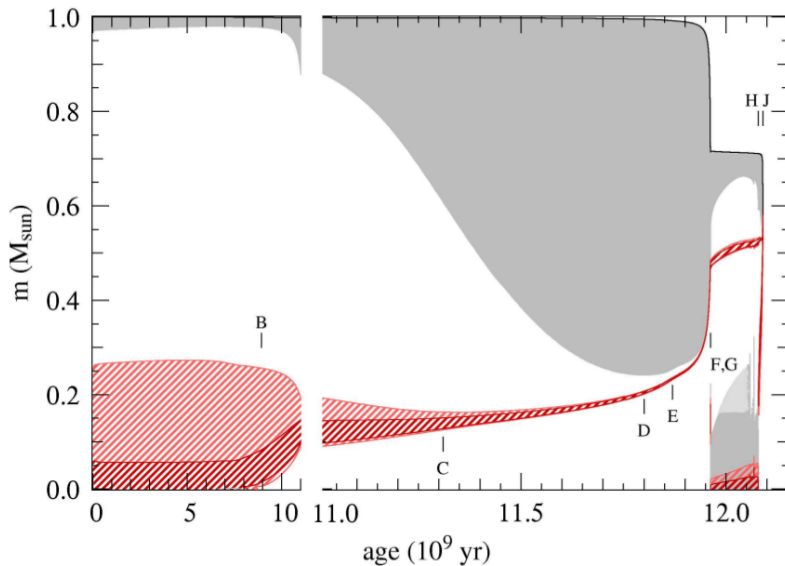
Rysunek: Tory ewolucyjne gwiazd z $M=1.0$ i $1.5 M_{\odot}$ ($X=0.7$, $Z=0.02$) dla różnych parametrów drogi mieszania (Wojciech Dziembowski "Astrofizyka teoretyczna I")

Niepewności związane z konwekcją



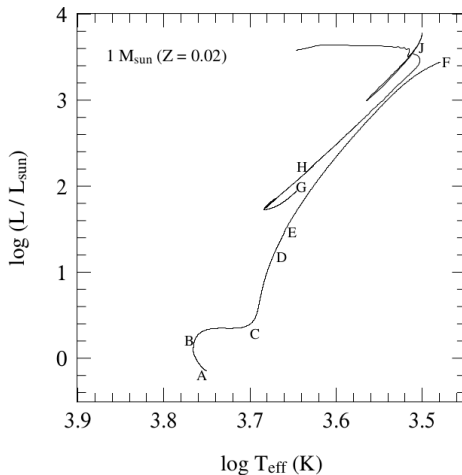
Rysunek: Tory ewolucyjne gwiazd z $M=5, 15$ i $20 M_{\odot}$ ($X=0.7, Z=0.02$)
liczone standartowo i z mieszaniem poza granicą konwektywnego jądra
(Wojciech Dziembowski "Astrofizyka teoretyczna I")

Ewolucja Słońca - schemat budowy wewnętrznej



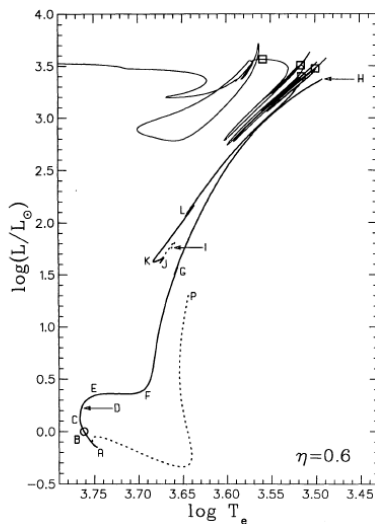
Rysunek: rysunek z O.R. Pols "Stellar structure and evolution"

Ewolucja Słońca - ewolucja na diagramie H-R



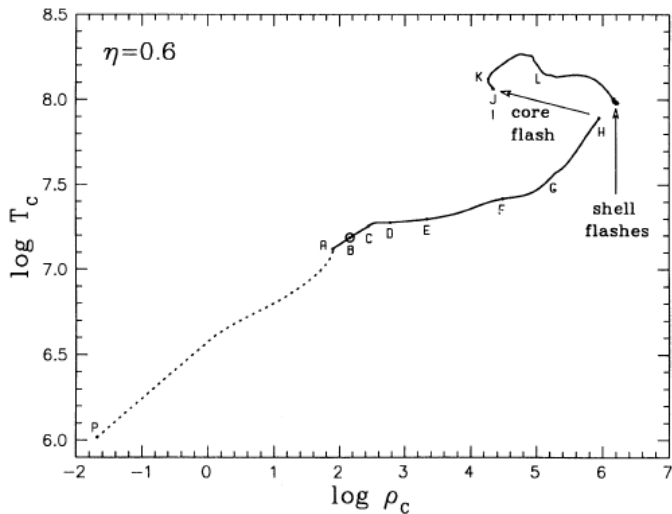
Rysunek: rysunek z O.R. Pols "Stellar structure and evolution"

Ewolucja Słońca - ewolucja na diagramie H-R



Rysunek: rysunek z Sackmann i inni 1993 ApJ, 418, 457)

Ewolucja Słońca - zmiany parametrów wewnętrznych



Rysunek: rysunek z Sackmann i inni 1993 ApJ, 418, 457)

Ewolucja Słońca - główne etapy ewolucji

Phase	Age/Gy	$L/L_{\odot}$	T_{eff}/K	$R/R_{\odot}$	$M_{\text{Sun}}/M_{\odot}$
ZAMS	0.00	0.70	5596	0.89	1.000
present	4.58	1.00	5774	1.00	1.000
MS:hottest	7.13	1.26	5820	1.11	1.000
MS:final	10.00	1.84	5751	1.37	1.000
RGB:tip	12.17	2730.	2602	256.	0.668
ZA-He	12.17	53.7	4667	11.2	0.668
AGB:tip	12.30	2090.	3200	149.	0.546
AGB:tip-TP	12.30	4170.	3467	179.	0.544

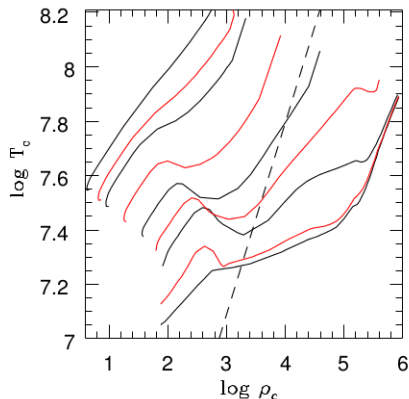
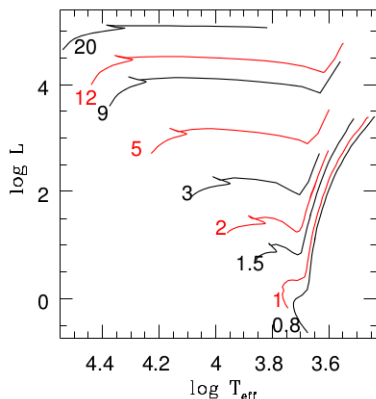
(note: 1.00 AU = 215 $R_{\odot}$)

Rysunek: Parametry Słońca na jego głównych etapach ewolucji (Schröder and Smith 2008)

Ewolucja Słońca - główne etapy ewolucji

- ▶ protogwiazda
- ▶ gwiazda ciągu głównego (stabilne reakcje termojądrowe zamiany wodoru w hel)
- ▶ wypalenie wodoru w centrum - odejście od ciągu głównego
- ▶ palenie wodoru wokół izotermicznego helowego jądra –gałąź czerwonych olbrzymów
- ▶ u szczytu gałęzi czerwonych olbrzymów błysk helowy
- ▶ stabilne palenie helu w jądrze + palenie wodoru w warstwie wokół jądra
- ▶ wypalenie helu w jądrze, uformowanie dwóch warstw w których zachodzą reakcje termojądrowe: wewnętrzna zużywa hel, zewnętrzna wodór - gwiazda na asymptotycznej gałęzi czerwonych olbrzymów.
- ▶ pulsy termiczne w warstwie palenia helu i odrzucenie otoczki
- ▶ stadium mgławicy planetarnej (?) i jądro tworzy gorącego białego karła
- ▶ stygnięcie białego karła

Ewolucja do zapalenia helu

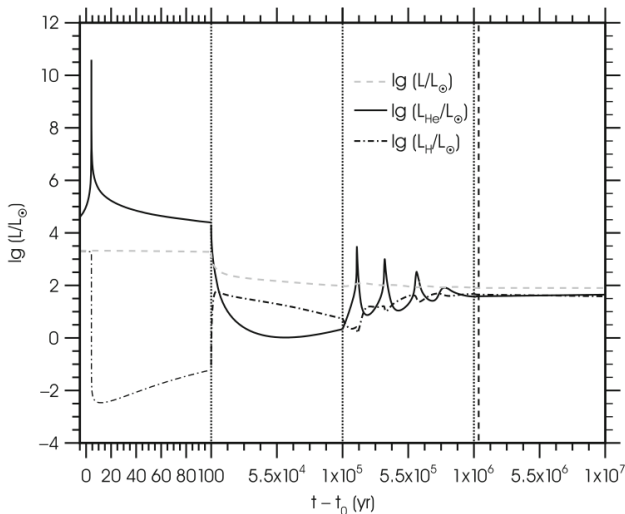


Rysunek: Tory ewolucyjne na diagramie H-R i $\log \rho_c - \log T_c$ gwiazd populacji I od ZAMS do zapalenia helu (W. Dziembowski - Astrofizyka Teoretyczna I)

Błysk helowy

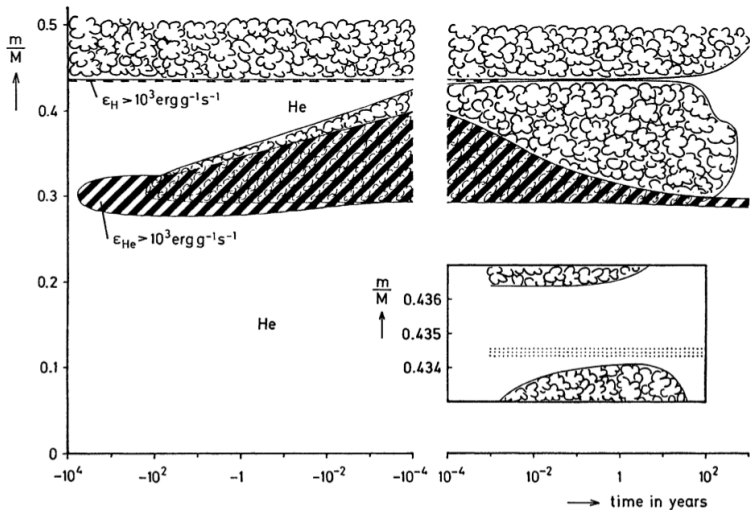
- ▶ W czasie ewolucji ku szczytowi gałęzi czerwonych olbrzymów helowe jądra gwiazd o masie poniżej $2.3 M_{\odot}$ są zdegenerowane.
- ▶ Przy temperaturze ok 10^8 K rozpoczynają się reakcje spalania helu w cyklu 3α . Dla $M = 1M_{\odot}$ masa jądra na początku błysku wynosi $0.47 M_{\odot}$, a promień $0.026 R_{\odot}$. Ze względu na chłodzenie neutrinowe największa temperatura jest dla $M_r \approx 0.15M_{\odot}$ (zależnie od masy)
- ▶ W gazie zdegenerowanym wzrostowi temperatury nie towarzyszy istotny wzrost ciśnienia, przez co tempo reakcji termojądrowych bardzo szybko narasta. Wzrost mocy promieniowania z cyklu 3α z 10^2 do $10^3 L_{\odot}$ trwa ok. 1000 lat, ale wzrost z 10^8 do chwilowej jasności ok 10^{11} trwa kilkanaście dni, jasność potem szybko spada bo wzrost temperatury powoduje zniesienie degeneracji i ekspansję jądra
- ▶ Zwiększenie rozmiaru jądra powoduje spadek temperatury w jądrze i zmniejszenie rozmiarów otoczki. Następuje stabilne palenie helu i palenie wodoru w cienkiej warstwie otaczającej

Błysk helowy - zmiany jasności



Rysunek: Błysk helowy dla gwiazdy o masie $0.85 M_{\odot}$ (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Błysk helowy - struktura gwiazdy



Rysunek: Struktura gwiazdy o masie $1.3 M_{\odot}$ podczas błysku helowego (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Stabilne palenie helu

- ▶ Tempo reakcji jądrowych w helowym jądrze zależy od masy jądra (Paczyński 1970)
- ▶ Po zapaleniu helu w jądrze ścieżki ewolucyjne gwiazd w zakresie masy 0.8-2 zbiegają się w obszarze nazywanym po angielsku "red clump"
- ▶

Granica Schönberga - Chandrasekhara

Kiedy izotermiczne jądro helowe jest niezdegenerowane istnieje ograniczenie na jego masę, powyżej której zapada się ono pod ciężarem swoim i otoczki. Przyjmijmy, że jądro ma promień R_j , masę M_j , a na jego powierzchni mamy ciśnienie P_j .

Z równania równowagi hydrostatycznej otrzymujemy ($V = 4/3\pi r^3$)

$$\int_{P_c}^{P_j} V dP = -\frac{1}{3} \int_0^{M_j} \frac{GM_r}{r} dM_r = -\frac{1}{3} \alpha \frac{GM_j^2}{R}$$

$\alpha \frac{GM_j^2}{R_j}$ - energia wiązania grawitacyjnego izotermicznego jadra

$$\int_{P_c}^{P_j} V dP = PV|_c^j - \int_{V_c}^{V_j} P dV = P_j V_j - \int_{V_c}^{V_j} P dV$$

przyjmując, że jądro składa się z gazu doskonałego i jest izotermiczne możemy zapisać

$$\int_{V_c}^{V_j} P dV = \frac{kT_c}{\mu_c m_H} \int_0^{V_j} \rho dV = \frac{kT_c}{\mu_c m_H} M_j$$

Granica Schönberga - Chandrasekhara c.d.

Dzieląc równanie przez V_j otrzymujemy ciśnienie na granicy jądra i otoczki

$$P_j(R_j) = \frac{3}{4\pi} \frac{kT_c}{\mu_c m_H} \frac{M_j}{R_j^3} - \frac{\alpha G}{4\pi} \frac{M_j^2}{R_j^4}$$

Obliczmy promień, jaki odpowiada ciśnieniu $P_j = 0$

$$R_0 = R_j(P_{j,min}) = \frac{\alpha G \mu_c m_H}{3k} \frac{M_j}{T_c}$$

Dla porównania policzmy promień dla którego mamy maksymalne ciśnienie P_j

$$\frac{dP_j}{dR_j} = \frac{-9}{4\pi} \frac{kT_c}{\mu_c m_H} \frac{M_j}{R_j^4} + \frac{4\alpha G}{4\pi} \frac{M_j^2}{R_j^5} = 0$$

$$R_1 = R_j(P_{j,max}) = \frac{4\alpha G m_H}{9k} \frac{M_j \mu_c}{T_c}$$

Granica Schönberga - Chandrasekhara c.d.

Maksymalne ciśnienie $P_{j,max} = P_j(R_1)$

$$P_{j,max} = \frac{3}{4\pi} \frac{kT_c}{\mu_c m_H} \frac{M_j}{R_1^3} - \frac{\alpha G}{4\pi} \frac{M_j^2}{R_1^4}$$

$$P_{j,max} = \frac{3}{4\pi} \frac{kT_c M_j}{\mu_c m_H} \left(\frac{9kT_c}{4\alpha G m_H M_j \mu_c} \right)^3 - \frac{\alpha G M_j^2}{4\pi} \left(\frac{9kT_c}{4\alpha G m_H M_j \mu_c} \right)^4$$

$$P_{j,max} = \frac{3^7}{2^{10}} \frac{k^4}{\pi \alpha^3 G^3 m_H^4} \frac{T_c^4}{M_j^2 \mu_c^4}$$

Przy założeniu, że rozmiary gwiazdy są znacznie większe niż rozmiary jądra temperatura T_c może być przybliżona jako wynikająca z rozwiązania politropy przy założeniu równania stanu gazu doskonałego

$$T_c \approx \beta \frac{\mu_e m_H}{k} \frac{GM}{R}$$

Przez co

$$P_{j,max} = C_1 \frac{M^4 \mu_e^4}{R^4 M_j^2 \mu_c^4}$$

Granica Schönberga - Chandrasekhara c.d.

Ograniczenie na ciśnienie wywierane przez otoczkę. Z równania równowagi hydrostatycznej wynika, że ciśnienie

$$P_e > \frac{GM^2}{8\pi R^4}$$

$$P_{j,max} > \frac{GM^2}{8\pi R^4}$$

$$C_1 \frac{M^4 \mu_e^4}{R^4 M_j^2 \mu_c^4} > \frac{GM^2}{8\pi R^4}$$

$$\frac{M}{M_j} > \sqrt{\frac{G}{8\pi C_1}} \left(\frac{\mu_c}{\mu_e} \right)^2$$

i

$$\frac{M_j}{M} < \sqrt{\frac{8\pi C_1}{G}} \left(\frac{\mu_e}{\mu_c} \right)^2$$

Granica Schönberga - Chandrasekhara c.d.

Przy $\alpha = 0.5$ warunek Schönberga - Chandrasekhara na stabilność jądra ma postać

$$\frac{M_j}{M} < 0.37 \left(\frac{\mu_e}{\mu_c} \right)^2$$

Dla typowych wartości $\mu_c = 1.34$ i $\mu_e = 0.617$ jądro zapadnie się gdy

$$M_j > 0.08M$$

Warunek Schönberga - Chandrasekhara odpowiada za istnienie przerwy Hertzsprunga na diagramie HR (ewolucja odbywa się w termicznej skali czasu).

