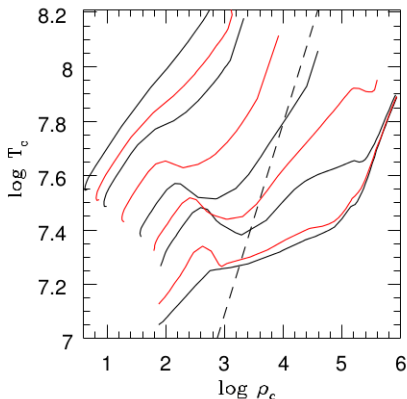
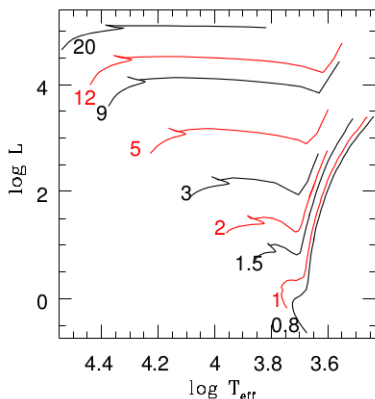


Wykład 14 -Ewolucja gwiazd masywnych. Końcowe etapy ewolucji gwiazd

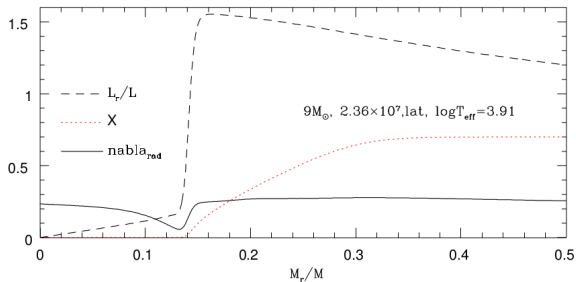
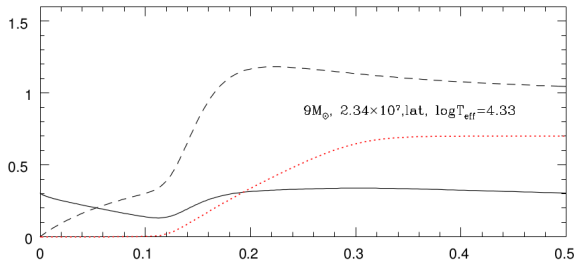
23.01.2020

Ewolucja do zapalenia helu



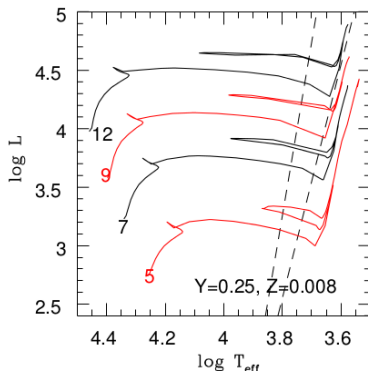
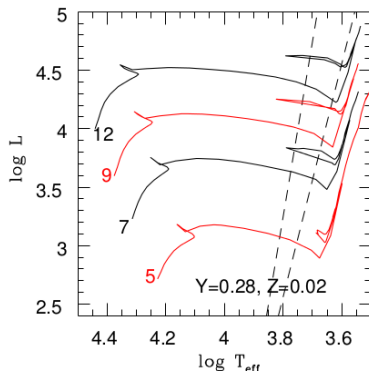
Rysunek: Tory ewolucyjne na diagramie H-R i $\log \rho_c - \log T_c$ gwiazd populacji I od ZAMS do zapalenia helu (W. Dziembowski - Astrofizyka Teoretyczna I)

Przerwa Hertzsprunga



Rysunek: Względna jasność, obfitość wodoru, gradient promienisty dla

Ewolucja do zapalenia węgla



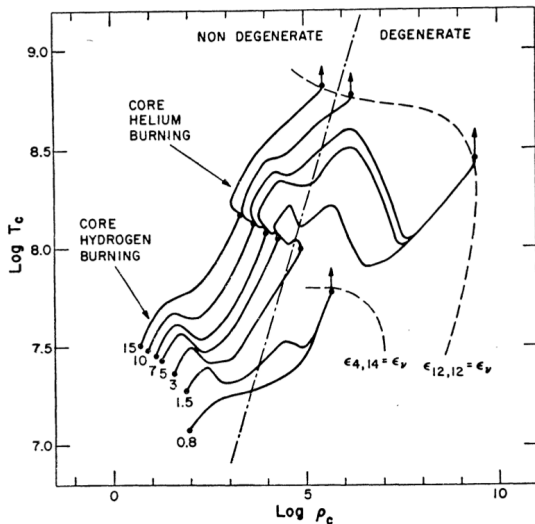
Rysunek: Tory ewolucyjne gwiazd o różnych metalicznościach liczone do momentu zapalenia węgla, zaznaczony pas niestabilności pulsacyjnej cefeid (Wojciech Dziembowski "Astrofizyka teoretyczna I")

Czas trwania głównych etapów ewolucji

$M/M_{\odot}$	τ_{MS}	τ_{HG}	τ_{HeB}	red	blue
5	105.0	0.140	9.38	0.44	0.43
7	52.3	0.060	3.76	0.53	0.41
9	32.4	0.046	1.98	0.54	0.40
12	19.8	0.018	1.19	0.41	0.48

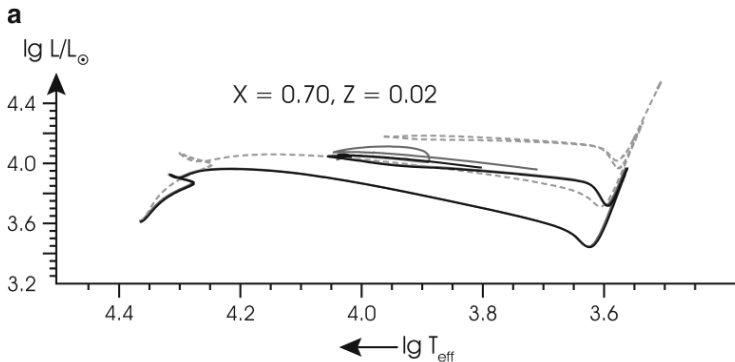
Rysunek: Liczony w milionach lat dla modeli gwiazd o $Z=0.008$ - wartość charakterystyczna dla gwiazd LMC. W ostatnich dwóch kolumnach podany jest względny czas spędzony po czerwonej i niebieskiej stronie pasa niestabilności. (Wojciech Dziembowski "Astrofizyka teoretyczna I")

Zmiany centralnych parametrów



Rysunek: Tory ewolucyjne gwiazd populacji I na płaszczyźnie $\log \rho_c - \log T_c$ (Bohdan Paczyński 1970 AcA 20, 47)

Zmiany ze względu na “overshooting”



Rysunek: Tory ewolucyjne gwiazdy I populacji o masie $9 M_{\odot}$ na diagramie HR dla modelu standardowego i z przechodzeniem elementów konwektywnych poza formalną granicę Schwarzschilda (Kippenhahn, Weigert, Weiss “Stellar structure and evolution”)

Ostatnie etapy ewolucji gwiazd małowasywnych

- ▶ Gwiazdy pojedyncze II populacji o masach mniejszych niż $0.8 M_{\odot}$ nie zakończyły jeszcze swojej ewolucji na ciągu głównym.
- ▶ Gwiazdy II populacji o masie poniżej $0.5 M_{\odot}$ nie będą mogły zapalić helu w swoim wnętrzu i zakończą swoją ewolucję jako helowe białe karły
- ▶ To samo odnosi się do gwiazd I populacji o masie mniejszej niż ok. $0.8 M_{\odot}$
- ▶ W modelach o dużej utracie masy (2 razy większej niż standardowo przyjmowana) gwiazda I populacji o masie Słońca może zakończyć ewolucję bez zapalenia helu (jako helowy biały karzeł).
- ▶ W gwiazdach o masach wystarczających do zapalenia helu i mniejszych niż ok. $2.3 M_{\odot}$ zachodzi błysk helowy i następnie stabilne reakcje cyklu 3α (zachodzą również reakcje termojądrowe spalania wodoru w ciekiej warstwie wokół helowego jądra).
- ▶ Po wyczerpaniu helu w centrum gwiazda przechodzi na asymptotyczną gałąź czerwonych olbrzymów (AGB) .

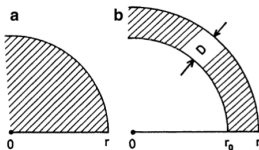
Warstwy palenia wodoru i helu

- ▶ Warunek stałej masy pomiędzy warstwą palenia wodoru, a obszarem palenia helu (M_H - masa poniżej warstwy palenia wodoru).

$$\frac{\dot{M}_H}{\dot{M}_{He}} = \frac{L_H}{L_{He}} \frac{q_{He}}{q_H} \frac{X_{He}}{X_H}$$

Przyjmując $X_H = 0.7$, $X_{He} = 1.0$, $q_H/q_{He} = 10$,
otrzymujemy $L_H = 7L_{He}$

- ▶ Reakcje termojądrowe zachodzące w cienkich warstwach mają inne warunki stabilności niż reakcje zachodzące w centrum.



Rysunek: Zaznaczone schematycznie obszary zachodzenia reakcji termojądrowych w tych dwóch przypadkach (Kippenhahn, Weigert, Weiss “Stellar structure and evolution”)

Stabilność warstw

- ▶ Masa warstwy

$$m \sim 4\pi\rho r_0^2 D$$

- ▶ Ekspansja warstwy przy $r_0 = \text{const}$ i $dm = 0$

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dD}{D} = -\frac{r}{D} \frac{dr}{r}$$

- ▶ Jeżeli obszar powyżej warstwy rozszerza się lub kurczy homologicznie to

$$\frac{dP}{P} = \frac{-4dr}{r}$$

i mamy zależność

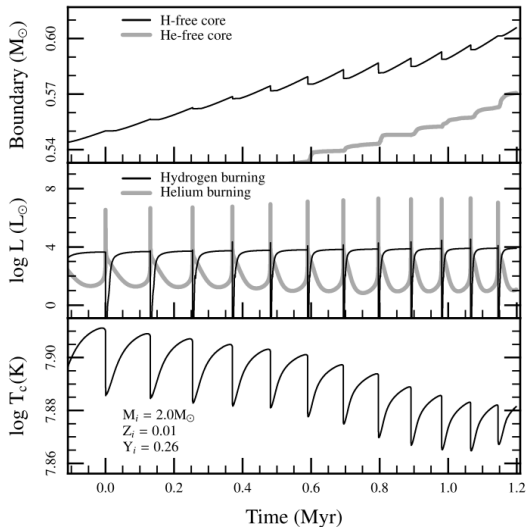
$$\frac{dP}{P} = 4\frac{D}{r} \frac{d\rho}{\rho}$$

- ▶ Biorąc pod uwagę równanie stanu $\rho \sim P^\alpha T^{-\delta}$ otrzymamy

$$\frac{d\rho}{\rho} = \alpha \frac{dP}{P} - \delta \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} (1 - 4\alpha \frac{D}{r}) = -\delta \frac{dT}{T} \xrightarrow{D \rightarrow 0} \frac{d\rho}{\rho} = -\delta \frac{dT}{T}$$

Wzrost temperatury przy ekspansji warstwy jest powodem powstania pulsów termicznych w warstwie palenia helu

Pulsy termiczne na AGB



Rysunek: Pulsy termiczne pod koniec ewolucji gwiazdy o masie początkowej $2 M_{\odot}$ (Paxton i inni 2011 ApJSS, 192,3)

Koniec ewolucji gwiazd o pośrednich masach

- ▶ Gwiazdy o pośrednich masach nie zapalają w swoich wnętrzach węgla (górną granicę masy to ok $5 M_{\odot}$ dla gwiazd II populacji i ok $7 M_{\odot}$ dla gwiazd I populacji)
- ▶ W końcowych etapach ewolucji jasność zależy głównie od masy jądra, co zostało ujęte we wzorze Paczyńskiego (1970, AcA 20,47), który obowiązuje w zakresie masy jądra M_c od 0.57 do $1.39 M_{\odot}$

$$L = 2.83 \cdot 10^4 + 5.93 \cdot 10^4 \left(\frac{M_c}{M_{\odot}} - 1 \right) L_{\odot}$$

- ▶ Charakterystyczne dla tych gwiazd jest istnienie przy końcu ewolucji pulsów termicznych związanych z warstwą palenia helu i w ich wyniku odrzucenie otoczki. Charakterystyczny czas pomiędzy impulsami został określony przez Paczyńskiego (1975, ApJ 202, 558)

$$\log \left(\frac{\tau_P}{rok} \right) \approx 3.05 + 4.5 \left(1 - \frac{M_c}{M_{\odot}} \right)$$

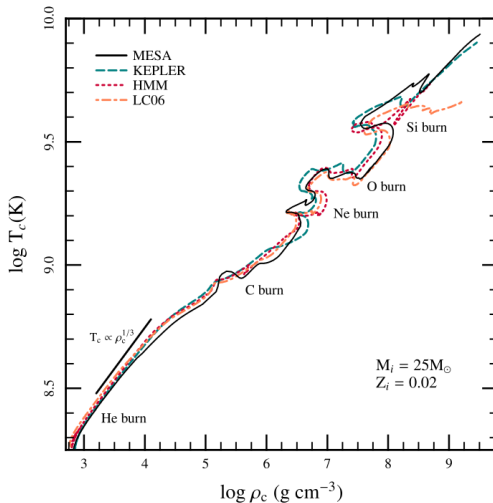
Koniec ewolucji gwiazd o pośrednich masach

- ▶ Gwiazdy, które zapaliły hel, a nie były w stanie zapalić węgla kończą swoją ewolucję jako węglowo-tlenowe białe karły o masach od 0.5 do ok. $1.1 M_{\odot}$
- ▶ Gwiazdy populacji I o masach około $7-9 M_{\odot}$ zapalają węgiel w zdegenerowanym jądrze. Powoduje to “błysk” węglowy. Proces jest analogiczny do błysku helowego, ale przebiega gwałtowniej tym niemniej najprawdopodobniej prowadzi do zniesienia degeneracji jądra.
- ▶ W przypadku niekatastrofalnego przebiegu zapalenia węgla takie gwiazdy kończą ewolucję jako masywne tlenowo-neonowe białe karły

Ostatnie etapy ewolucji gwiazd masywnych

- ▶ Gwiazdy o masach większych niż ok. $10 M_{\odot}$ zapalają węgiel w gazie niezdegenerowanym.
- ▶ Wzrost temperatury powoduje możliwość kolejnych reakcji termojądrowych (syntezy w których biorą udział jądra neonu, tlenu, krzemu)
- ▶ Dokładne modele różnią się pomiędzy sobą, ale ostatnie etapy ewolucji zachodzą bardzo szybko.

Zmiany gęstości i temperatury centralnej gwiazdy o masie początkowej $25 M_{\odot}$



Rysunek: Porównanie ewolucji gwiazdy o masie początkowej $25 M_{\odot}$ na diagramie $\log \rho_c$ $\log T_c$ według różnych autorów: (Paxton i inni 2011)

$$M_i = 20 M_{\odot}$$

H	7.95	8.13	7.48	8.01	$\times 10^6$
He	8.75	11.7	9.3	8.10	$\times 10^5$
C	9.56	9.76	14.5	13.5	$\times 10^3$
Ne	0.193	0.599	1.46	0.916	
O	0.476	1.25	0.72	0.751	
Si	9.52	31.5	3.50	3.32	$\times 10^{-3}$

$$M_i = 25 M_{\odot}$$

H	6.55	6.706	5.936	6.38	$\times 10^6$
He	6.85	8.395	6.85	6.30	$\times 10^5$
C	3.17	5.222	9.72	9.07	$\times 10^2$
Ne	0.882	0.891	0.77	0.202	
O	0.318	0.402	0.33	0.402	
Si	3.34	2.01	3.41	3.10	$\times 10^{-3}$

Rysunek: Porównanie czasów ewolucji gwiazd o masie początkowej 20 i 25 $M_{\odot}$ według różnych autorów: kol. 2 Hirschi i inni 2004; kol. 3 Woosley i inni 2002, kol. 4 Limongi i inni 2000, kol. 5 Paxton i inni 2011 (Paxton i inni 2011 ApJSS, 192,3)

$$M_i = 20 M_{\odot}$$

Total	15.69	14.74	16.31	20	15.50
He	6.21	6.13	5.68	5.94	6.33
C+O+Ne	3.84	4.51	2.31	3.44	3.77
“Fe”	1.75	1.46	1.64	1.52	1.58

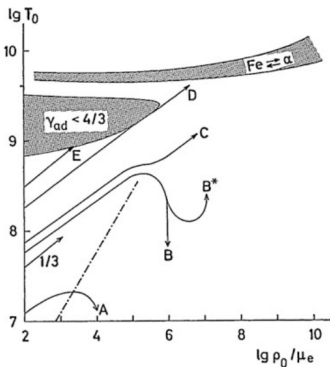
$$M_i = 25 M_{\odot}$$

Total	16.002	13.079	18.72	25	15.28
He	8.434	8.317	7.86	8.01	8.41
C+O+Ne	5.834	6.498	3.11	4.90	5.49
“Fe”	1.985	1.619	1.36	1.527	1.62

Rysunek: Porównanie struktury gwiazd o masie początkowej 20 i 25 $M_{\odot}$ przed wybuchem supernowej według różnych autorów: kol. 1 Hirschi i inni 2004; kol. 3 Woosley i inni 2002, kol. 4 Limongi i inni 2000, kol. 5 Paxton i inni 2011 (Paxton i inni 2011 ApJSS, 192,3)

Procesy powodujące końcową niestabilność

- ▶ Fotodezintegracja jąder atomowych.
- ▶ Kreacja par elektron-pozyton



Rysunek: Zaznaczone schematycznie obszary fotodezintegracji jąder atomowych Fe i niestabilności związanej z kreacją par elektron - pozyton (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Fotodezintegracja jąder atomowych.

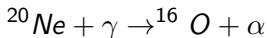
- ▶ W wysokich temperaturach (powyżej 10^9 K) dochodzi do fotodezintegracji jąder atomowych o niezbyt dużych energiach wiązania ze względu na obecność fotonów o energiach rzędu MeV (w ogonie Plancka) Równowagowe stosunki gęstości jąder n_{ij} i ich fragmentów n_i , n_j możemy określić za pomocą odpowiednika równania Sahy

$$\frac{n_i n_j}{n_{ij}} \sim T^{3/2} \exp\left(\frac{-Q}{kT}\right),$$

gdzie Q jest różnicą w energiach wiązania jądra i jego fragmentów

Fotodezintegracja jąder atomowych.

- ▶ Przykładowo fotodezintegracja jąder neonu może być zapisana jako



a stosunek liczby poszczególnych jąder jako

$$\frac{n_{\text{O}} n_{\alpha}}{n_{\text{Ne}}} = \frac{1}{h^3} \left(\frac{2\pi m_{\text{O}} m_{\alpha} kT}{m_{\text{Ne}}} \right)^{3/2} \frac{G_{\text{O}} G_{\alpha}}{G_{\text{Ne}}} \exp\left(\frac{-Q}{kT}\right)$$

gdzie G_{O} G_{α} G_{Ne} - wagi statystyczne a

$$Q = (m_{\text{O}} + m_{\alpha} - m_{\text{Ne}})c^2$$

Dodatkowe warunki wiążą liczby cząstek z gęstością i określają początkowy skład chemiczny

- ▶ Musimy rozpatrywać wszystkie reakcje jakie zachodzą w ośrodku, bo od nich zależy liczba cząstek α (mogą być np. pochłonięte przez ^{12}C albo ^{20}Ne (analogicznie do sytuacji częściowej jonizacji w równaniu Sahy)

Fotodezintegracja jąder atomowych.

- ▶ Przy temperaturach rzędu $5 \cdot 10^9$ K istotną staje się fotodezintegracja najbardziej stabilnych jąder, jakimi są jądra $^{56}_{26}\text{Fe}$ i aby określić stosunek jąder żelaza do cząstek α musimy zapisać 13 reakcji w postaci

$$\gamma + (Z, A) \leftrightarrow (Z - 2, A - 4) + \alpha$$

$$\gamma + (Z, A) \leftrightarrow (Z, A - 1) + n$$

Ze względu na dużą energię wiązania żelaza i helu otrzymamy określony przez

$$\gamma + ^{56}_{26}\text{Fe} \leftrightarrow 13\alpha + 4n$$

a stan równowagi określony będzie przez równanie

$$\frac{n_{\alpha}^{13} n_n^4}{n_{\text{Fe}}} = \frac{G_{\alpha}^{13} G_n^4}{G_{\text{Fe}}} \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{24} \left(\frac{m_{\alpha}^{13} m_n^4}{m_{\text{Fe}}} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{-Q}{kT}\right)$$

$$Q = (13m_{\alpha} + 4m_n - m_{\text{Fe}})c^2$$

Fotodezintegracja jąder atomowych.

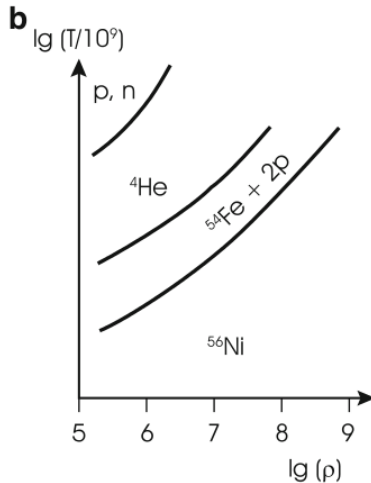
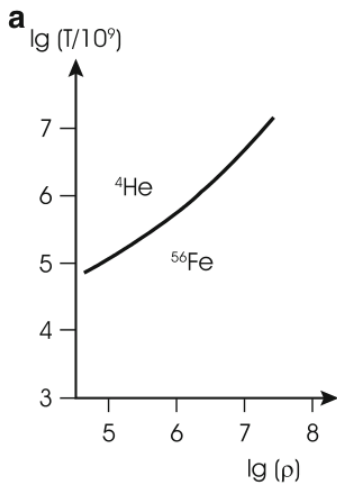
- ▶ Jeżeli przyjmujemy, że liczba protonów do neutronów wynosi $n_p/n_n = 13/15$ wtedy $n_n = 4n_\alpha/13$ i możemy zapisać

$$\left(\frac{4}{13}\right)^4 \frac{n_\alpha^{17}}{n_{Fe}} = \frac{G_\alpha^{13} G_n^4}{G_{Fe}} \left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{24} \left(\frac{m_\alpha^{13} m_n^4}{m_{Fe}}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-Q}{kT}\right)$$

- ▶ Gęstość (jeżeli pominiemy energie wiązania) może być zapisana

$$\rho = (56n_{Fe} + 4n_\alpha + n_n)m_u$$

- ▶ Dla danych ρ , T i stosunku n_n/n_α mamy dwa równania na n_{Fe} i n_α . Okazuje się, że istnieje granica na płaszczyźnie T , ρ dla której poniżej pewnej temperatury istnieje tylko Fe , a powyżej tylko He

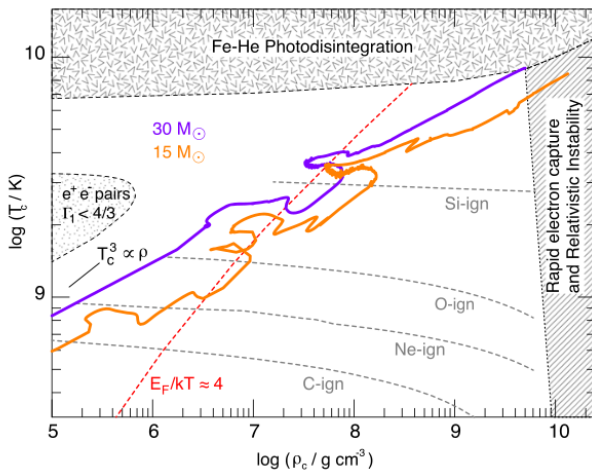


Rysunek: Zaznaczone obszary istnienia Fe i He (po lewej dla $Z/N=13/15$), i Fe, He, p, n (po prawej dla $N/Z=1$) (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution")

Kolaps jądra gwiazd masywnych

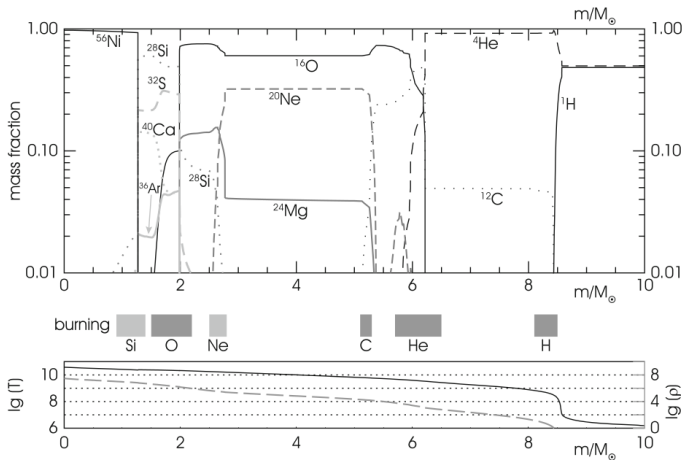
- ▶ Przed zapadnięciem jądro jest częściowo zdegenerowane, ale stabilne ze względu na zaburzenia cieplne.
- ▶ Główny wkład do ciśnienia mają elektrony, ale przy temperaturze centralnej rzędu 10^{10}K wykładnik adiabaty Γ_1 jest bliski $4/3$.
- ▶ Fotodezintegracja jąder powoduje taki sam efekt jak częściowa jonizacja, przez co Γ_1 może spaść poniżej $4/3$
- ▶ Efekty relatywistyczne (OTW) powodują, że wartość krytyczna Γ_1 staje się wyższa niż $4/3$
- ▶ Rozpoczyna się dynamiczna niestabilność jądra
- ▶ W przypadku gwiazd o mniejszych masach i istotnej degeneracji elektronów niestabilność może być związana z wychwytem elektronów przez ciężkie jądra

Ewolucja parametrów centralnych dla gwiazd o masie 15 i 30 mas Słońca na diagramie $\rho_c - T_c$



Rysunek: Paxton i inni, 2015, ApJS 220, 15, Fig. 24

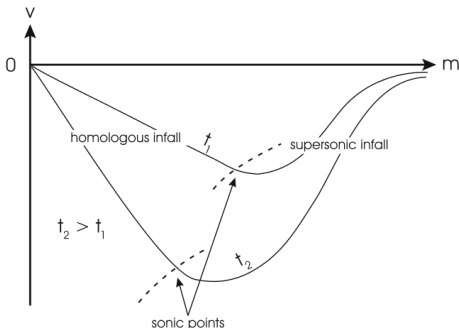
Struktura gwiazdy przed kolapsem



Rysunek: Wewnętrzna struktura gwiazdy o masie początkowej $25 M_\odot$ przed kolapsem (Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar structure and evolution" za Hirschi i inni 2004)

Wybuch supernowej

- Kolaps centrum gwiazdy jest homologiczny, a powyżej punktu dźwiękowego odbywa się w dynamicznej skali czasowej (rosnącej na zewnątrz)



Rysunek: Schematyczny rozkład prędkości w jądrze gwiazdy w czasie kolapsu (Kippenhahn, Weigert, Weiss “Stellar structure and evolution” za Müller 1997)

Wybuch supernowej

- ▶ Kolaps odbywa się w dynamicznej skali czasowej rzędu 100 ms
- ▶ Gdy wewnątrz gwiazdy osiągnie gęstość 10^{14} g/cm^3 staje się prawie nieściśliwe (degeneracja neutronów)
- ▶ Energia jaka wydzielą się podczas kolapsu jądra jest rzędu 10^{53} ergów (energia wiązania grawitacyjnego gwiazdy neutronowej) unoszona jest głównie przez neutrino.
- ▶ Energii potrzebna do odrzucenia otoczki jest rzędu 10^{50} ergów, ale zależy od masy.
- ▶ Opadanie materii na sztywne jądro powoduje powstanie fali uderzeniowej
- ▶ Fala uderzeniowa i energia przekazana w wewnętrznej części przez oddziaływanie neutrin z gęstą materią powodują odrzucenie warstw zewnętrznych i wybuch supernowej

Powstawanie obiektów zwartych w zależności od M_{ZAMS}

Podane wartości są orientacyjne

- ▶ Białe karły helowe $M_{ZAMS} < 0.5M_{\odot}$
- ▶ Białe karły CO : $0.5M_{\odot} < M_{ZAMS} < 7M_{\odot}$
- ▶ Białe karły ONeMg: $7M_{\odot} < M_{ZAMS} < 8M_{\odot}$
- ▶ NS (SN z wychwytem elektronów - ECS):
 $8.0M_{\odot} < M_{ZAMS} < 8.5M_{\odot}$
- ▶ NS (zapadnięcie jądra - CCSN): $8.5M_{\odot} < M_{ZAMS} < 20M_{\odot}$
- ▶ czarne dziury (fall back): $20M_{\odot} < M_{ZAMS} < 40M_{\odot}$
- ▶ czarne dziury (bezpośrednio) $M_{ZAMS} > 40M_{\odot}$

Kreacja par elektron-pozyton

W dostatecznie wysokich temperaturach zachodzi reakcja

$$\gamma \leftrightarrow e^+ + e^-$$

oznaczymy pozytony i elektrony z par

$$n^+ = n^-$$

elektrony z jonizacji

$$n_0^- = \frac{\rho_0}{\mu_e m_H}$$

W sumie elektrony

$$n_e = n_0^- + n^-$$

Przy jakiej temperaturze średnia energia fotonów równa jest masie pary e^+e^- ($2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$)

$$\bar{E}_\gamma = 2m_e c^2 \approx 2.7 kT$$

$$T \approx \frac{2m_e c^2}{2.7k} \approx 4.4 \cdot 10^9 K$$

Daje to nam $\log T \approx 9.6$

Kreacja par elektron-pozyton c.d.

- ▶ W rzeczywistości proces kreacji par staje się istotny już przy temperaturach 10^9K , kiedy znacząca część fotonów w rozkładzie Plancka ma energie $E_\gamma > 2m_e c^2$
- ▶ Wypiszemy wyrażenia na gęstość elektronów i pozytonów. Musimy włączyć masę spoczynkową cząstek do ich energii , potencjału chemicznego i parametru degeneracji.

$$E' = E + m_e c^2$$
$$m_e c^2 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{p}{m_e c} \right)^2} - 1 \right)$$

Potencjał chemiczny

$$\lambda_i \equiv \left. \frac{\partial U}{\partial N_i} \right|_{S,V}$$

$$\lambda'_i \equiv \left. \frac{\partial U}{\partial N_i} \right|_{S,V} + m_e c^2$$

Kreacja par elektron-pozyton c.d.

- ▶ Parametr degeneracji

$$\psi' = \psi + \frac{m_e c^2}{kT} = \frac{\lambda}{kT} + \frac{m_e c^2}{kT}$$

- ▶ Ze względu na potencjał chemiczny fotonów równy 0 możemy zapisać, że w przypadku równowagi

$$\psi'_+ = -\psi'_-$$

czyli

$$\psi'_- = \psi + m_e c^2 / kT$$

$$\psi'_+ = -\psi - m_e c^2 / kT$$

Kreacja par elektron-pozyton c.d.

- Gęstość elektronów

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp(-\psi'_- + \frac{E'}{kT}) + 1}$$

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp(-\psi + \frac{E}{kT}) + 1}$$

- Gęstość pozytonów

$$n_+ = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp(-\psi'_+ + \frac{E'}{kT}) + 1}$$

$$n_+ = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp(\psi + \frac{E+2m_e c^2}{kT}) + 1}$$

- Gęstość elektronów pochodzących z jonizacji

$$n_0^- = \frac{8\pi}{h^3} \left(\int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp(-\psi + \frac{E}{kT}) + 1} - \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp(\psi + \frac{E+2m_e c^2}{kT}) + 1} \right)$$

Kreacja par elektron-pozyton c.d.

- ▶ Z poprzedniego równania można wyznaczyć $\psi(\rho_0, T)$ a następnie n_e i n_+
- ▶ Dla b. wysokich temperatur mamy $n_e \gg n_0^- \rightarrow n_e \approx n_+ \rightarrow \psi \approx -m_e c^2 / kT$, $\psi < 0$, dla $T \rightarrow \infty$ $\psi \rightarrow 0$
- ▶ Widać, że w wyniku kreacji par nie istnieje niezdegenerowany relatywistyczny gaz elektronowy. Dla wysokich T gaz elektronowy jest zawsze częściowo zdegenerowany ($\psi \sim 0$)
- ▶ Jeżeli gęstość jest na tyle duża, że degeneracja jest silna ($\psi \gg 1$) wówczas kreacja par jest nieistotna (brak wolnych "celek" w przestrzeni fazowej) i mamy wtedy $n_e \approx n_0^-$
- ▶ Dla $n_e \approx n_+$ ($\psi \approx -m_e c^2 / kT$) mamy

$$n_e \approx n_+ \approx \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp\left(\frac{E + m_e c^2}{kT}\right) + 1}$$

Kreacja par elektron-pozyton - przypadek nierelatywistyczny

- ▶ Przyjmujemy, że $m_e c^2 / kT \gg 1$ ($T \ll 5.93 \cdot 10^9 K$)
- ▶ $E = p^2 / (2m_e)$

$$n_e \approx n_+ \approx \frac{8\pi}{h^3} \exp\left(\frac{-m_e c^2}{kT}\right) \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp\left(\frac{p^2}{2m_e kT}\right)}$$

$$n_e \approx n_+ \approx \frac{2(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left(\frac{-m_e c^2}{kT}\right)$$

W tym przybliżeniu

$$n_e \approx n_+ \approx 1.527 \cdot 10^{29} T_9^{3/2} \exp\left(\frac{-5.93}{T_9}\right)$$

Dla $T_9 = 1$ $n_e = n_+ \approx 4 \cdot 10^{26}$

(dla porównania $n_0^- = 4 \cdot 10^{26}$ gdy $\rho_0 \approx 670$ i $\mu_e = 1$)

Kreacja par elektron-pozyton - przypadek ultrarelatywistyczny

- ▶ Przyjmujemy, że $m_e c^2 / kT \ll 1$ ($T \gg 5.93 \cdot 10^9 K$)
- ▶ $E = pc$

$$n_e \approx n_+ \approx \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp\left(\frac{pc}{kT}\right) + 1}$$

- ▶ Podstawienie $pc/kT = u$, czyli $p = \frac{kT}{c} u$

$$n_e = n_+ = \frac{8\pi}{h^3} \left(\frac{kT}{c}\right)^3 \int_0^\infty \frac{u^2 du}{e^u + 1}$$

- ▶ Wartość całki

$$\int_0^\infty \frac{u^2 du}{e^u + 1} = \zeta(n+1) n! \frac{2^n - 1}{2^n}$$

- ▶ Gęstość elektronów i pozytonów ($\zeta(3) \approx 1.202$)

$$n_e = n_+ = \frac{8\pi m_e^3 c^3}{h^3} \left(\frac{kT}{m_e c^2}\right)^3 \frac{9}{2} \zeta(3) \approx 1.51 \cdot 10^{28} T_9^3$$

Ciśnienie par w przypadku ultrarelatywistycznym

- Suma ciśnienia par elektron pozyton

$$P_{-/+} = P_e + P_+ = \frac{c}{3} \int_0^\infty p dn_{-/+} = \frac{16\pi c}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^3 dp}{\exp(\frac{pc}{kT}) + 1}$$

$$P_{-/+} = \frac{16\pi c}{3h^3} \left(\frac{kT}{c}\right)^4 \int_0^\infty \frac{u^3 du}{e^u + 1} = \frac{28\pi}{h^3} \zeta(4) \left(\frac{kT}{c}\right)^3 kT$$

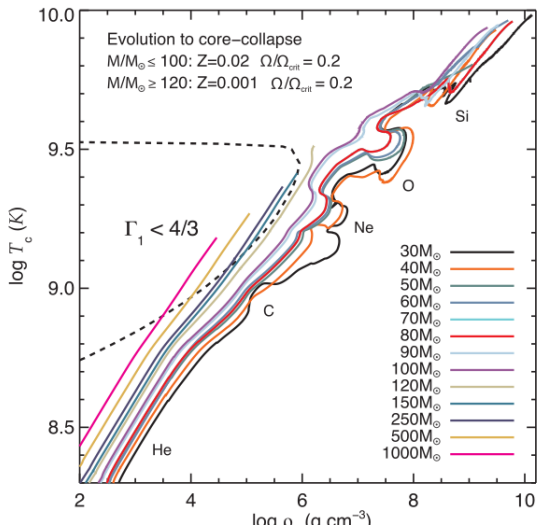
- Stosunek ciśnienia par do ciśnienia gazu doskonałego ($\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$; różnica wynika z częściowej degeneracji gazu par elektron - pozyton)

$$\frac{P_{-/+}}{n_{-/+}} = \frac{7}{6} \frac{\zeta(4)}{\zeta(3)} \approx 1.05$$

- Stosunek ciśnienia par do ciśnienia promieniowania

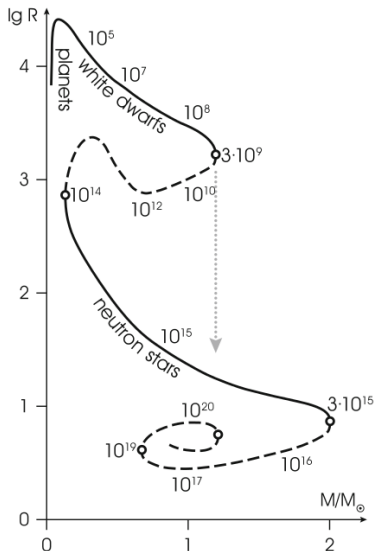
$$P_{-/+} = \frac{28}{90} \frac{\pi^5 k^4}{c^3 h^3} T^4 = \frac{7}{12} a T^4 = \frac{7}{4} P_{rad}$$

Ewolucja parametrów centralnych dla gwiazd na diagramie $\rho_c - T_c$



Rysunek: Paxton i inni, 2013, ApJS 208, 4, Fig 44.

Zależność masa promień dla białych karłów i gwiazd neutronowych

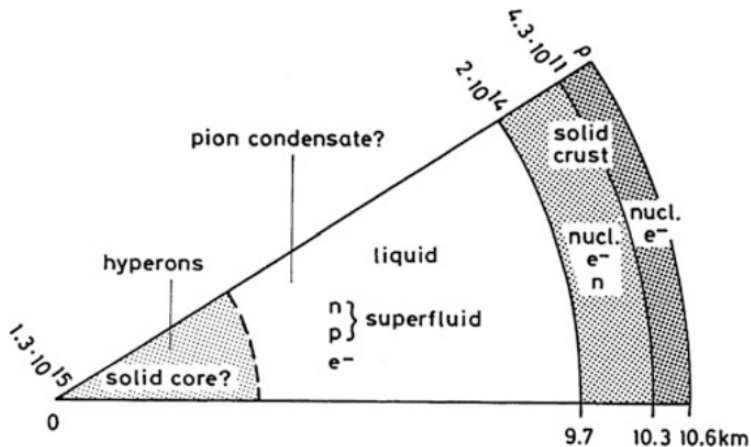


- ▶ Rys. 38.3 z Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar Structure and Evolution"
- ▶ Linią ciągłą zaznaczone są konfiguracje stabilne, a linią przerywaną niestabilne
- ▶ Wzdłuż krzywych podane są gęstości centralne dla niektórych modeli

Gwiazdy neutronowe

- ▶ Końcowy produkt ewolucji gwiazd o masach początkowych powyżej 8-9 $M_{\odot}$.
- ▶ Nie jest pewna górna granica początkowej masy gwiazd które w wyniku zapadnięcia się jądra i wybuchu supernowej dadzą gwiazdę neutronową (ok. 20 $M_{\odot}$, ale zależy to od metaliczności i związanej z nią utraty masy)
- ▶ Odkrycie gwiazd neutronowych 1967 - Jocelyn Bell (Burnell) - pulsar PSR B1919+21
- ▶ Najbliższą znaną gwiazdą neutronową jest prawdopodobnie RX J1856.5-3754 - odl ok. 140 pc.
- ▶ Pulsar o najmniejszym okresie rotacji - PSR J1748-2446ad ($\nu = 716 \text{ Hz}$)
- ▶ Najmasywniejsze znane gwiazdy neutronowe PSR J1614-2230 ($1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$) i PSR J0348+043 ($2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$). Ich towarzyszami są małowasywne białe karły.

Budowa wewnętrzna gwiazdy neutronowej o masie $1.4 M_{\odot}$



Rysunek: (38.4 Kippenhahn, Weigert, Weiss "Stellar Structure and Evolution" za D. Pines 1980, Journal de Physique 41

Czarne dziury

- ▶ Kolaps obiektów o masach powyżej $20 M_{\odot}$ nie będzie już równoważony przez ciśnienie.
- ▶ Według OTW powstaje osobliwość, którą otacza horyzont (czarna dziura). i która grawitacyjnie oddziałuje na otoczenie.
- ▶ Pierwsze rozwiązanie dla metryki czasoprzestrzeni wokół nierotującej czarnej dziury (zależnej tylko od masy) - Karl Schwarzschild 1916.
- ▶ Promień horyzontu nierotującej czarnej dziury to

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \approx 3 \frac{M}{M_{\odot}} km$$

Rotujące czarne dziury

- ▶ Pierwsze rozwiązanie dla metryki czasoprzestrzeni wokół rotującej czarnej dziury (zależnej od masy i momentu pędu) - Roy P. Kerr 1963 - istnienie horyzontu i ergosfery (obszaru czasoprzestrzeni współrotującego z czarną dziurą).
- ▶ Rozmiar zewnętrznego horyzontu rotującej czarnej dziury -
 $a = J/(Mc)$

$$r_h = \frac{1}{2}(r_s + \sqrt{r_s^2 - 4a^2})$$

- ▶ Rozmiar zewnętrznej ergosfery

$$r_E = \frac{1}{2}(r_s + \sqrt{r_s^2 - 4a^2 \cos^2 \theta})$$

Stygnięcie białych karłów - model uproszczony

- ▶ Najprostszy model zakłada całkowicie zdegenerowane izotermiczne jądro i otoczkę złożoną z gazu doskonałego. Zakładamy skokowe przejście w równaniu stanu pomiędzy jądrem, a otoczką dla

$$\rho_3 = 0.5 T_7^{3/2}$$

- ▶ Zakładamy, że otoczka jest zjonizowana, nie zawiera wodoru i helu i $\mu = 2$. Równanie stanu gazu doskonałego w tej sytuacji możemy zapisać jako

$$P_{18} = 0.416 \cdot \rho_3 T_7$$

- ▶ Zakładamy zależność współczynnika nieprzezroczystości

$$\kappa = \kappa_0 \rho^q T^{-s}$$

- ▶ Zakładamy, że otoczka jest w równowadze promienistej

$$\nabla_{rad} \equiv \frac{d \ln T}{d \ln P} = \frac{3 \kappa L P}{16 \pi G a c M T^4}$$

Stygnięcie białych karłów - model uproszczony

- Przyjmujemy na powierzchni $P = 0$ i $T = 0$, dzięki czemu otrzymujemy

$$T^{s+q+4} = \frac{3\kappa LP}{16\pi GacM} \left(\frac{k}{2m_H} \right)^q \frac{s+q+4}{q+1} \rho^{q+1}$$

- Dla nieprzezroczystości dla przejść swobodno-związanych korzystamy ze wzoru Kramersa $\kappa = 4 \cdot 10^{25} \rho T^{-3.5}$ i otrzymujemy zależność politropową

$$P_{18} = 6.4 \cdot 10^{-3} T_7^{4.25} \sqrt{\frac{L_{\odot}}{L} \frac{M}{M_{\odot}}}$$

i z równania stanu gazu doskonałego ($\mu=2$)

$$\rho_3 = 1.53 \cdot 10^{-2} T_7^{3.25} \sqrt{\frac{L_{\odot}}{L} \frac{M}{M_{\odot}}}$$

Stygnięcie białych karłów - model uproszczony

- ▶ Z warunku na granicę pomiędzy izotermicznym zdegenerowanym jądrem a promienistą otoczką otrzymujemy zależność pomiędzy temperaturą wnętrza a jasnością b.k.

$$T_{7,b} = 7.32 \left(\frac{L}{L_{\odot}} \frac{M_{\odot}}{M} \right)^{2/7}$$

- ▶ Przyjmujemy, że biały karzeł świeci na koszt energii wewnętrznej jonów znajdujących się w jądrze b.k. (przyjmiemy, że $\mu_j=12$)

$$U = \frac{3k}{2\mu_j m_H} T \cdot M = \frac{k}{8m_H} T \cdot M$$

- ▶ Jasność białego karła (skorzystamy z przybliżonej zależności $R/R_{\odot} = 0.0127(M/M_{\odot})^{-1/3}$)

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = 4 \log \frac{T_{ef}}{T_{ef,\odot}} - \frac{2}{3} \log \frac{M}{M_{\odot}} - 3.8$$

Stygnięcie białych karłów - model uproszczony

- Charakterystyczna skala czasowa chłodzenia

$$\tau_c \equiv \frac{U}{L}$$

Dla naszego modelu

$$\tau_c = 1.25 \cdot 10^7 \left(\frac{L_\odot}{L} \frac{M}{M_\odot} \right)^{5/7} \text{ lat}$$

lub

$$\tau_c = 7.9 \cdot 10^{10} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{25/21} \left(\frac{T_{ef}}{T_{ef,\odot}} \right)^{-20/7} \text{ lat}$$

- Gdy podstawimy zależność pomiędzy temperaturą centralną a jasnością do równania

$$\frac{dU}{dt} = -L$$

otrzymamy zależność jasności od czasu

$$L \sim t^{-7/5}$$