

Ćwiczenia z mechaniki nieba, 17.03.2020

Zadanie 1 Proszę wyznaczyć geocentryczne równikowe równonocne współrzędne planetoidy Hygeia w dniu 15.04.2020, godz. 0.0. Położenie Słońca względem Ziemi w momencie wynosi: $\alpha_{\odot} = 01h33m27.7s$, $\delta_{\odot} = +09^{\circ}45'17''$, $\Delta_{\odot} = 1.00328$ AU. Elementy orbitalne planetoidy na dzień 01.01.2020, godz. 0.0 są następujące: $a=3.14227$ AU, $e=0.112216$, $i = 3.8317^{\circ}$, $\Omega = 283.20^{\circ}$, $\omega = 312.39^{\circ}$, anomalia średnia $M = 196.170^{\circ}$. Za obecną wartość nachylenia płaszczyzny równikowej Ziemi do płaszczyzny ekliptyki proszę przyjąć $\varepsilon = 23^{\circ}26'12''$

Rozwiązanie

Od 1.01.2020 godz. 0.0 (T_0) do 15.04.2020 godz. 0.0 mamy $\Delta T = 105$ dni (31+29+31 do 1.04.2020, godz. 0.0 i + 14 dni do 15.04.2020 godz. 0.0).

Współrzędne równikowe równonocne geocentryczne Słońca względem Ziemi w układzie kartezjańskim wynoszą:

$$x_{\odot} = \Delta_{\odot} \cdot \cos \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} = 0.90769 \text{ AU}$$

$$y_{\odot} = \Delta_{\odot} \cdot \sin \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} = 0.39214 \text{ AU}$$

$$z_{\odot} = \Delta_{\odot} \cdot \sin \delta_{\odot} = 0.16999 \text{ AU}$$

Znajdujemy aktualne współrzędne orbitalne planetoidy na 15.04.2020 godz. 0.0
Okres orbitalny planetoidy, to $365.2569 \text{ d} \cdot a^{3/2} = 2034.53 \text{ d}$.

$$M(T_0 + 105 \text{ d}) = M(T_0) + \frac{\Delta T}{P} \cdot 360^{\circ} = 214.749^{\circ} = 3.74808 \text{ rad}$$

Rozwiązujemy równanie Keplera, aby otrzymać anomalię mimośrodową E

$$M = E - e \cdot \sin E$$

Tu trzeba rozwiązać je numerycznie albo iterować podstawiając za $E_0 = M$

$$E_{n+1} = M + e \cdot \sin E_n$$

(przy stosunkowo niewielkim mimośrodku wynik poniżej został uzyskany już przy 5 iteracji).

$$E = 3.68962 \text{ rad}$$

Obliczamy współrzędne orbitalne planetoidy ($z=0$):

$$x = a(\cos E - e) = -3.03472 \text{ AU}$$

$$y = a\sqrt{1-e^2} \cdot \sin E = -1.62678 \text{ AU}$$

Obracamy układ współrzędnych o kąt $(-\omega)$ wokół osi z (prostopadłej do płaszczyzny orbity) i otrzymujemy współrzędne

$$x' = x \cos \omega - y \sin \omega = -3.24743 \text{ AU}$$

$$y' = x \sin \omega + y \cos \omega = 1.14462 \text{ AU}$$

Obracamy układ współrzędnych o kąt $(-i)$ wokół osi x' (skierowanej na węzeł wstępujący orbity planetoidy) i otrzymujemy współrzędne

$$y'' = y' \cos i = 1.14206 \text{ AU}$$

$$z'' = y' \sin i = 0.07649 \text{ AU}$$

Obracamy układ współrzędnych o kąt $(-\Omega)$ wokół osi $z'' = Z$ (prostopadłej do płaszczyzny ekliptyki) i otrzymujemy współrzędne:

$$X = x'' \cos \Omega - y'' \sin \Omega = 0.37033 AU$$

$$Y = x'' \sin \Omega + y'' \cos \Omega = 3.42242 AU$$

Otrzymujemy współrzędne ekliptyczne heliocentryczne planetoidy:

$$(X, Y, Z) = (0.37033, 3.42242, 0.07649) \text{ AU.}$$

Aby otrzymać współrzędne równikowe równonocne obracamy ekliptyczny układ współrzędnych o kąt $-\varepsilon$ wokół osi X i otrzymujemy współrzędne heliocentryczne równikowe równonocne

$$(\xi, \eta, \zeta) = (0.37033, 3.109645, 1.43140) \text{ AU.}$$

Współrzędne geocentryczne równikowe równonocne otrzymujemy dodając do współrzędnych heliocentrycznych planetoidy współrzędne geocentryczne Słońca

$$x_p = \xi + x_{\odot} = 1.27802 AU$$

$$y_p = \eta + y_{\odot} = 3.50179 AU$$

$$z_p = \zeta + z_{\odot} = 1.60138 AU$$

Odległość planetoidy od Ziemi $\Delta = 4.05713 \text{ AU}$

$$\sin \delta_p = \frac{z_p}{\Delta}$$

$$\delta_p = \arcsin \left(\frac{z_p}{\Delta_p} \right) = 23.2478^\circ = +24^\circ 14' 52''$$

$$\alpha_p = \arccos \left(\frac{x_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}} \right)$$

$$\alpha_p = \arcsin \left(\frac{y_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}} \right)$$

Z dwóch ostatnich równań otrzymujemy rektascensję $\alpha_p = 4h39m48s$

Współrzędne geocentryczne równikowe równonocne planetoidy Hygiea na 15.04.2020 godz. 0.0 wynoszą $\alpha_p = 4h39m48s$, $\delta_p = +24^\circ 14' 52''$, a odległość planetoidy od Ziemi wynosi $\Delta_p = 4.05713 \text{ AU}$

Praca domowa 1 Proszę obliczyć położenie planetoidy Westa na dzień 20.03.2020 godz. 0.0, jeżeli jej elementy orbitalne na dzień 1.01.2020 godz. 0.0 wynoszą $a=2.36191 \text{ AU}$, $e=0.08857$, $i = 7.1418^\circ$, $\Omega = 103.809^\circ$, $\omega = 150.836^\circ$, $M=163.375^\circ$. Położenie Słońca względem Ziemi dla 20.03.2020 godz 0.0 wynosi: $\alpha_{\odot} = 23h58m25.2s$, $\delta_{\odot} = -00^\circ 10' 17''$, $\Delta_{\odot} = 0.99616 \text{ AU}$.

Praca domowa 2 (na za 2 tygodnie)

Proszę napisać program, który na podstawie elementów orbitalnych planet podanych na wykładzie 1, będzie obliczał przybliżone położenie Ziemi i wybranej planety względem Słońca i podawał geocentryczne równikowe równonocne położenia tej planety dla godziny 0.0, w kolejnych dniach roku 2020.