

Egzamin pisemny z mechaniki nieba 22.06.2020

1. Planeta X obiega gwiazdę o jasności L po orbicie keplerowskiej o wielkiej półosi a i mimośrodku e . Jakie jest średnie względem czasu “nasłonecznienie” S dla tej planety ($S = L/(4\pi r^2)$) liczone po okresie orbitalnym? Jaki wpływ może mieć zmiana mimośrodu orbity planety na jej klimat?
2. Sondzie kosmicznej, znajdującej się na orbicie kołowej wokół Ziemi o promieniu $1.05R_Z$, w momencie gdy jej wektor prędkości był styczny do orbity Ziemi względem Słońca zwiększono prędkość o 8 km/s. Jakie będą wielka półoś i mimośród orbity wokółsłonecznej sondy? Po jakim czasie sonda oddali się od Słońca o 5.2 j.a. (mogłaby dolecieć do Jowisza)? Wartość drugiej prędkości kosmicznej dla Ziemi wynosi 11.19 km/s, a prędkość na orbicie kołowej wokół Słońca o promieniu 1 jednostki astronomicznej jest równa 29.78 km/s.
3. Kometą, która przed spotkaniem z Saturnem ma wielką półoś orbity 10 A.U., mimośród $e = 0.6$ i nachylenie płaszczyzny orbity do płaszczyzny orbitalnej Saturna $I = 60$ stopni na nowej orbicie miała $I = 30$ stopni i jej odległość od Słońca w peryhelium wynosi 1.0 A.U. Jakie są wtedy jej wielka półoś i mimośród orbity? Wskazówka: proszę wyprowadzić wzór analogiczny do kryterium Tisseranda dla Saturna, masa Saturna wynosi $2.858 \cdot 10^{-4}$ masy Słońca, a wielka półoś jego orbity $a_S = 9.58$ AU.
4. Gwiazdy ze sferycznie symetrycznej gromady gwiazd mają pierwiastek z wariancji ruchu własnego względem średniej gromady równy $\sqrt{\sigma_\mu^2} = 0.3 \text{ mas/rok}$, a pierwiastek z wariancji prędkości radialnej gwiazd gromady wynosi $\sqrt{\sigma_{v_r}^2} = 4 \text{ km/s}$. Średni promień kątowy gromady wynosi $\bar{\alpha} = 6.5'$. Jaka jest odległość do gromady i jaka jest jej masa? Proszę podać i uzasadnić przyjęte założenia.
5. Prędkość rotacji dysku Galaktyki na przedziale odległości 4-20 kpc można uznać za stałą, o wartości 230 km/s. Jaka będzie wartość stałych Oorta dla obserwatora znajdującego się w odległości 6 kpc od środka galaktyki?
Jakie będą obliczone na ich podstawie wartości:
lokalnego wykładnika zależności przyspieszenia dośrodkowego od odległości od osi rotacji (k w zależności $a_r(r) \sim r^k$),
okresu rotacji wokół centrum galaktyki ($2\pi/\Omega$),
okresu drgań epicyklicznych ($2\pi/\kappa$),
okresu ruchu struktury spiralnej wokół centrum galaktyki (przyjmujemy, że $\Omega_B = \Omega - \kappa/2$),
stosunku wariancji prędkości gwiazd dysku w kierunku na centrum galaktyki do wariancji prędkości w kierunku rotacji ($\frac{\sigma_R^2}{\sigma_\phi^2}$)?