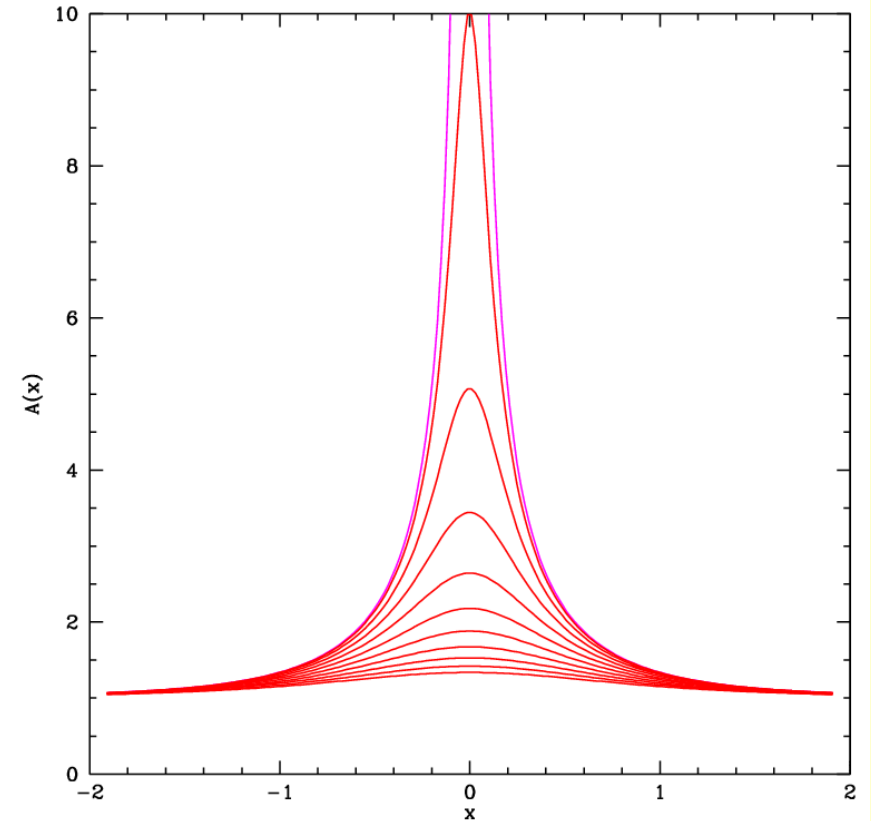
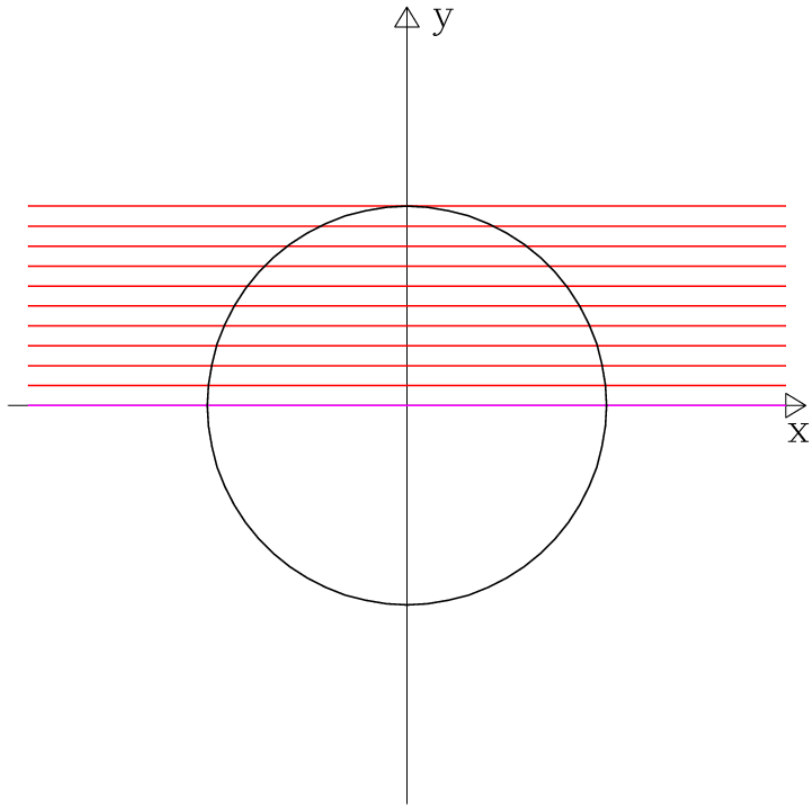


Soczewkowanie grawitacyjne 3

- Przypomnienie
- Mikrosoczewkowania a natura ciemnej materii
- Źródła rozciągłe
- Efekt paralaksy
- Linie krytyczne i kaustyki
- Przykłady

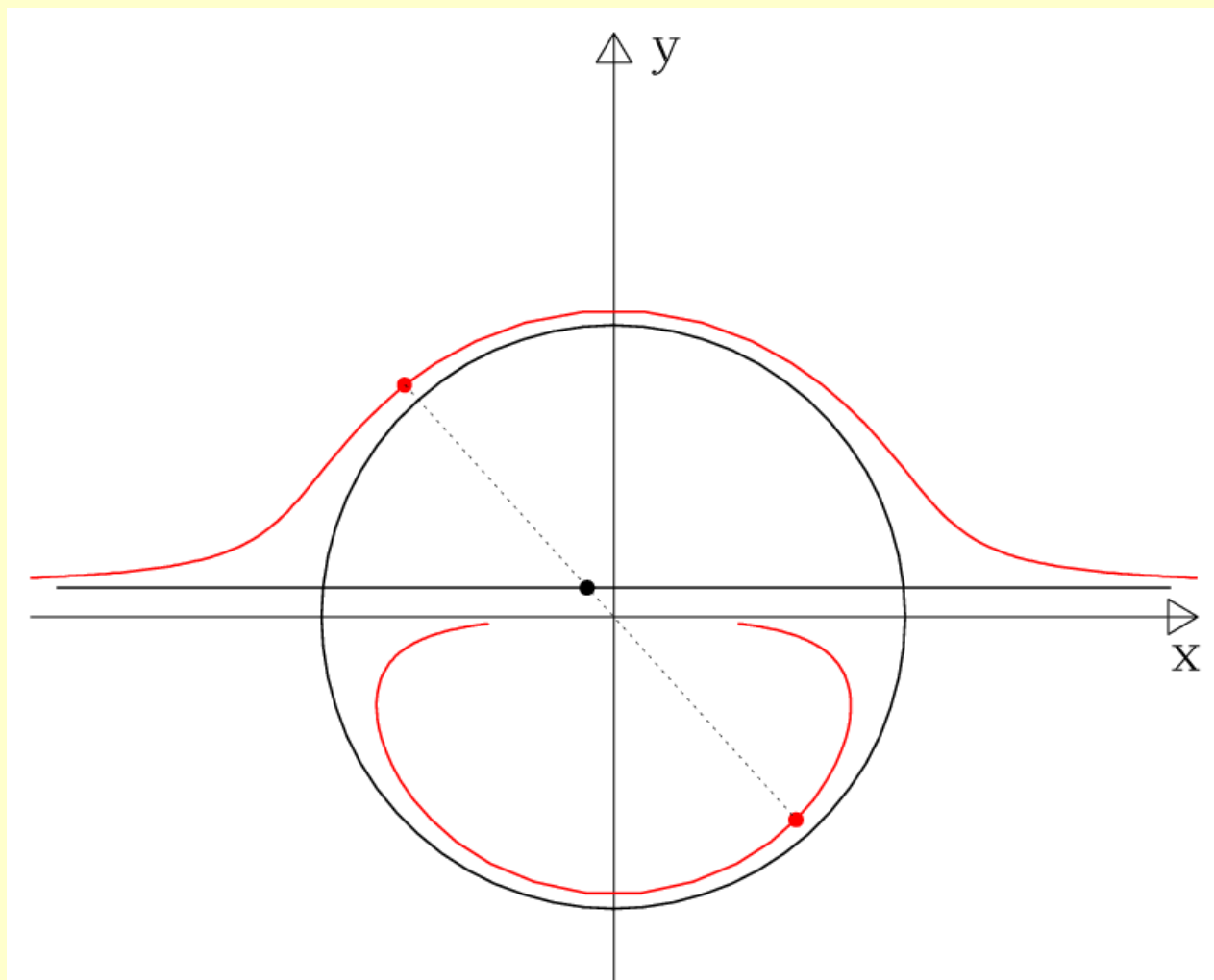
Punktowa soczewka



$$A = A(u) = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}}$$

$$u \equiv \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_E} \quad y = b_0 = \text{const} \Rightarrow A(x) = A(u(x))$$

Punktowa soczewka



$$x = v(t-t_0) \quad y = b_0 = \text{const} \quad t_E \equiv \frac{r_E}{v} \quad u_0 \equiv \frac{b_0}{r_E}$$

$$A(t) = A \left(\sqrt{u_0^2 + \frac{(t-t_0)^2}{t_E^2}} \right)$$

Punktowe soczewki w Galaktyce

- Źródła: gwiazdy Galaktyki, LMC, SMC, M31...
- Soczewki: gwiazdy (MS, WD, NS, BH) w jw, ale też planety ...
- Masy: typowe dla gwiazd, planet
- Odległości $\sim 10\text{kpc}$

$$M = 1M_{\odot} \quad d_{OL} = 4\text{kpc} \quad d_{LS} = 4\text{kpc} \quad d_{OS} = 8\text{kpc}$$

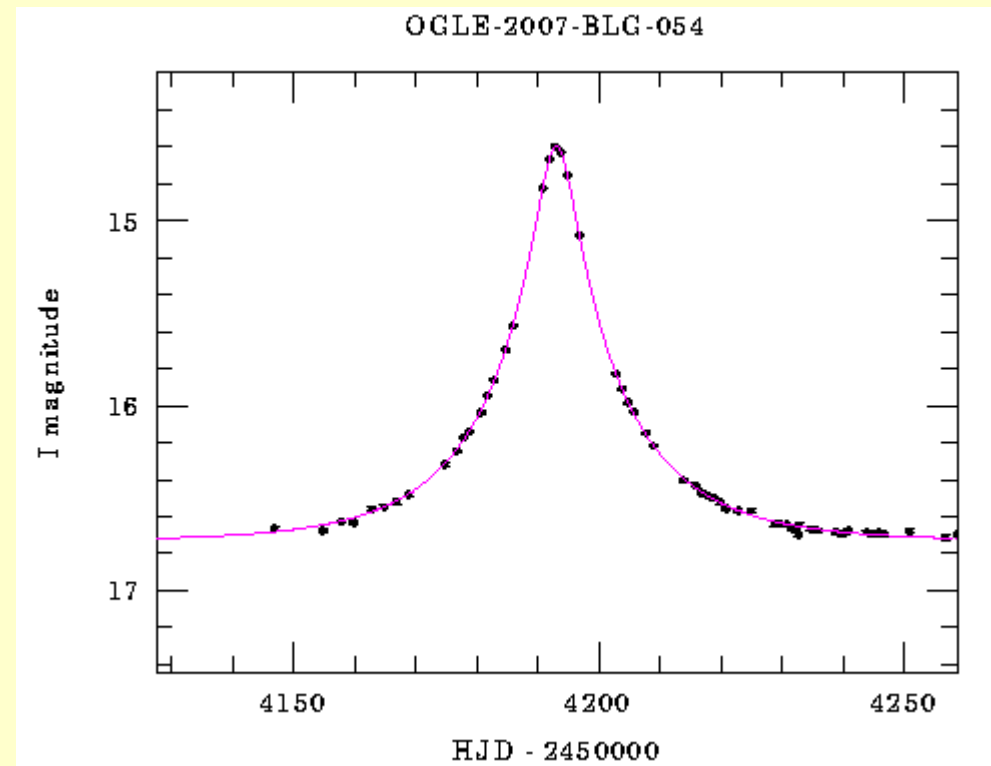
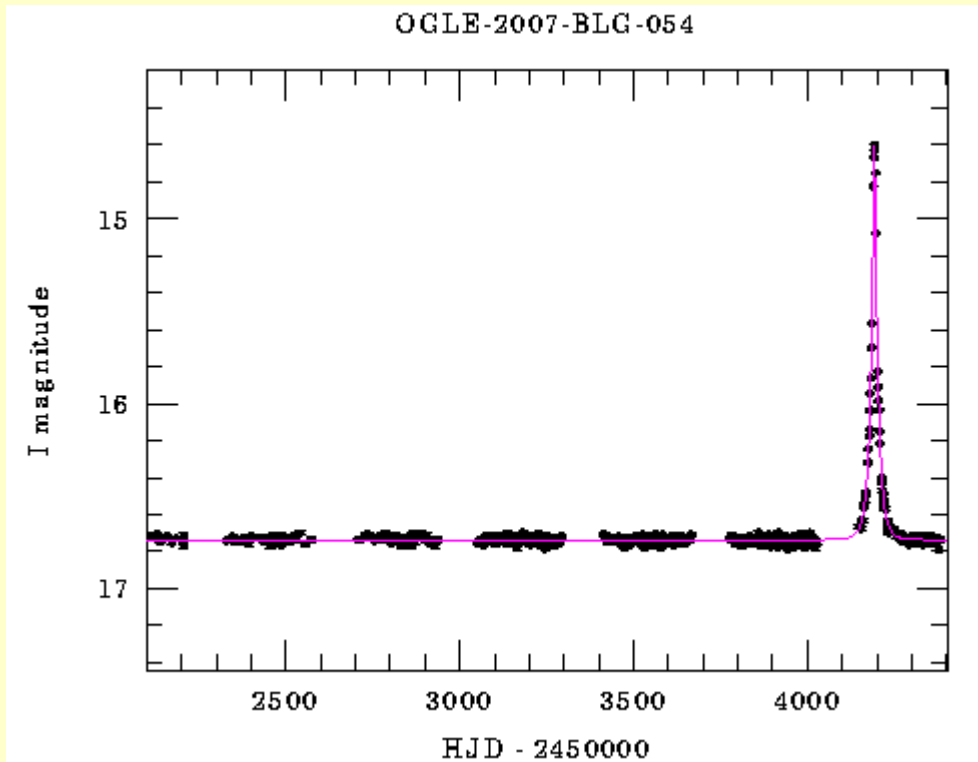
$$r_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{d_{OL}d_{LS}}{d_{OS}}} = 4\text{AU}$$

$$\Theta_E = \frac{r_E}{d_{OL}} = 0''.001$$

„mikrosoczewkowanie”

Punktowa soczewka:

np OGLE 2007-BLG-054



$$t_0 = 2454193.079 \pm 0.009$$

$$t_E = 21.843 \pm 0.040$$

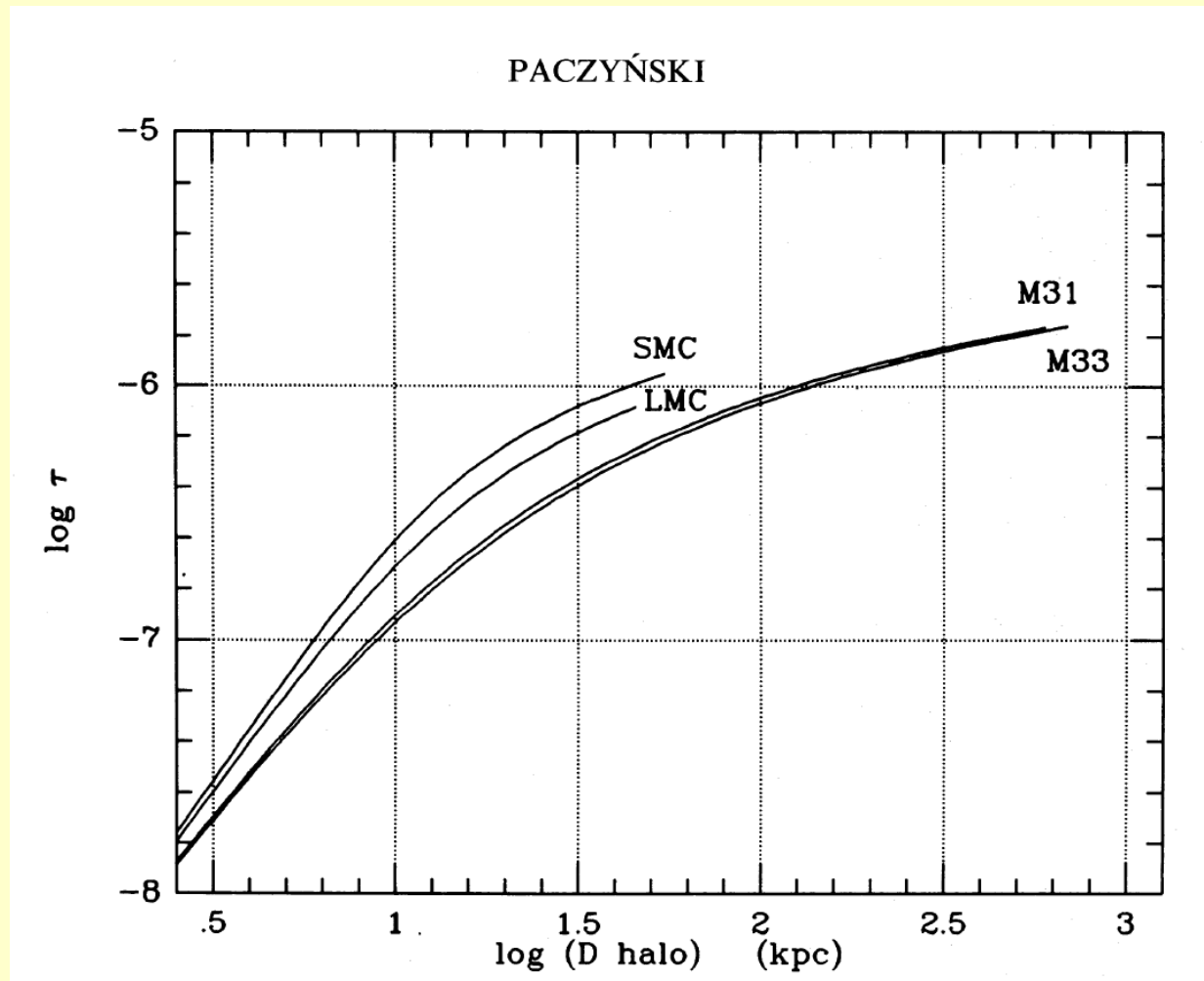
$$u_0 = 0.140 \pm 0.000$$

$$A_{\max} = 7.187 \pm 0.011$$

Motywacja: natura ciemnej materii

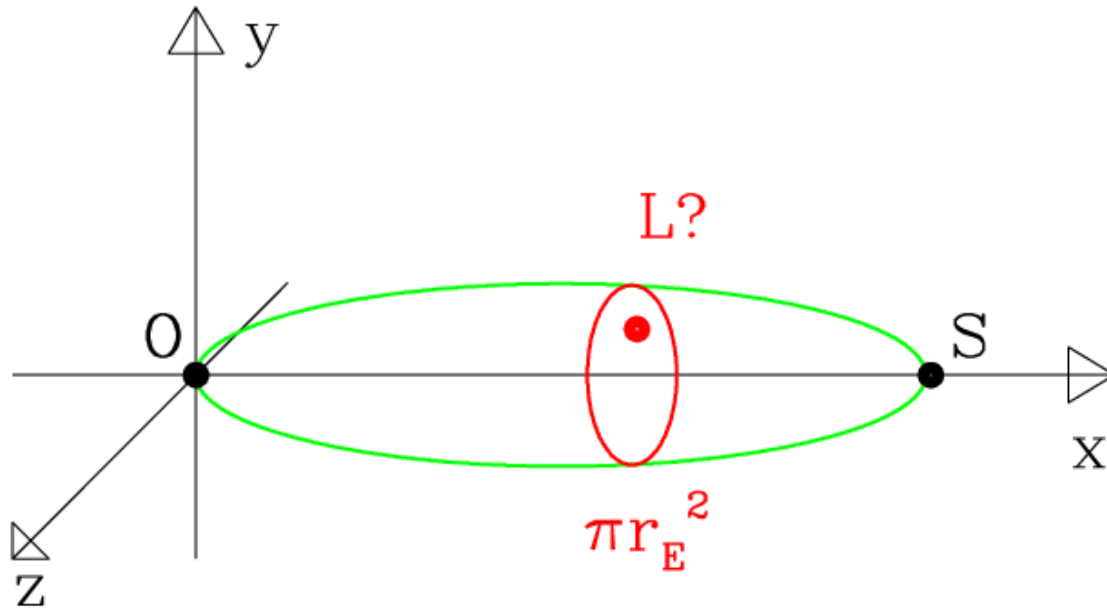
- Halo Galaktyki jest *ciemne*
- Jeśli DM=MACHO (massive compact objects) mogłoby wywoływać obserwowalne zjawiska mikrosoczewkowania
- Paczyński 1986: pomiar częstości zjawisk $\langle == \rangle$ ocena udziału MACHOs w halo (ApJ, 304, 1)

Motywacja: natura ciemnej materii



- Paczyński 1986: pomiar częstości zjawisk \Leftrightarrow
ocena udziału MACHOs w halo (ApJ, 304, 1)

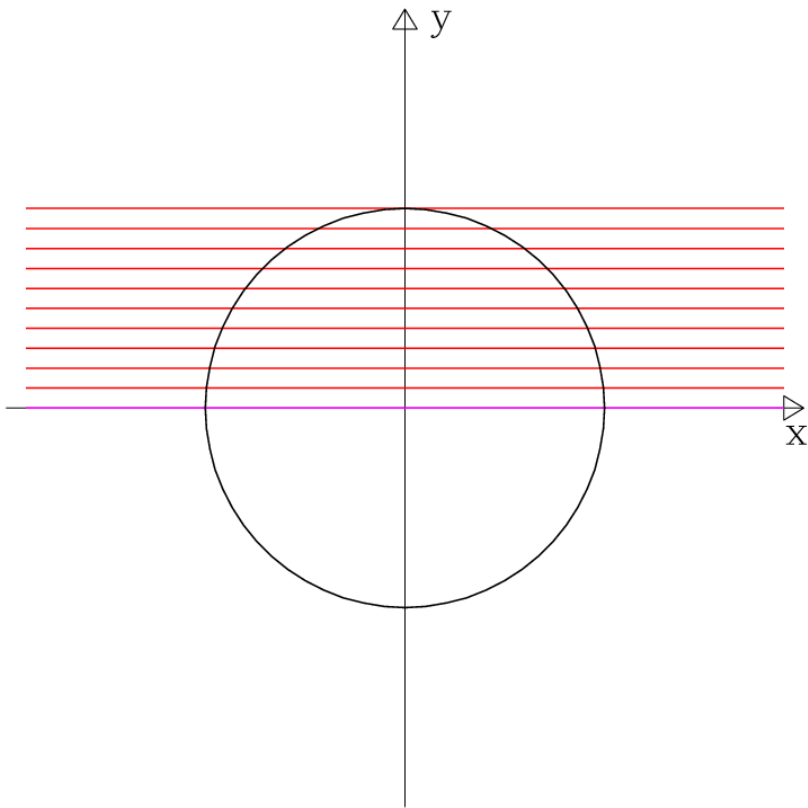
Grubość optyczna: teoria



- Suma przyczynków od soczewek różnych mas
- „liczy się” tylko gęstość masy

$$\begin{aligned}\tau &= \int_V n dV = \int_0^{d_{OS}} n \pi r_E^2 dl \\ &= \int_0^{d_{OS}} \frac{\rho}{M} \frac{4GM}{c^2} \frac{l(d_{OS} - l)}{d_{OS}} dl \\ &= \frac{4\pi G d_{OS}^2}{c^2} \int_0^1 \rho(x) x(1 - x) dx\end{aligned}$$

Grubość optyczna: pomiar



Jeśli przyjąć, że zjawisko trwa, gdy $A > 1.34$ (źródło wewnątrz r_E), to średni czas trwania wynosi:

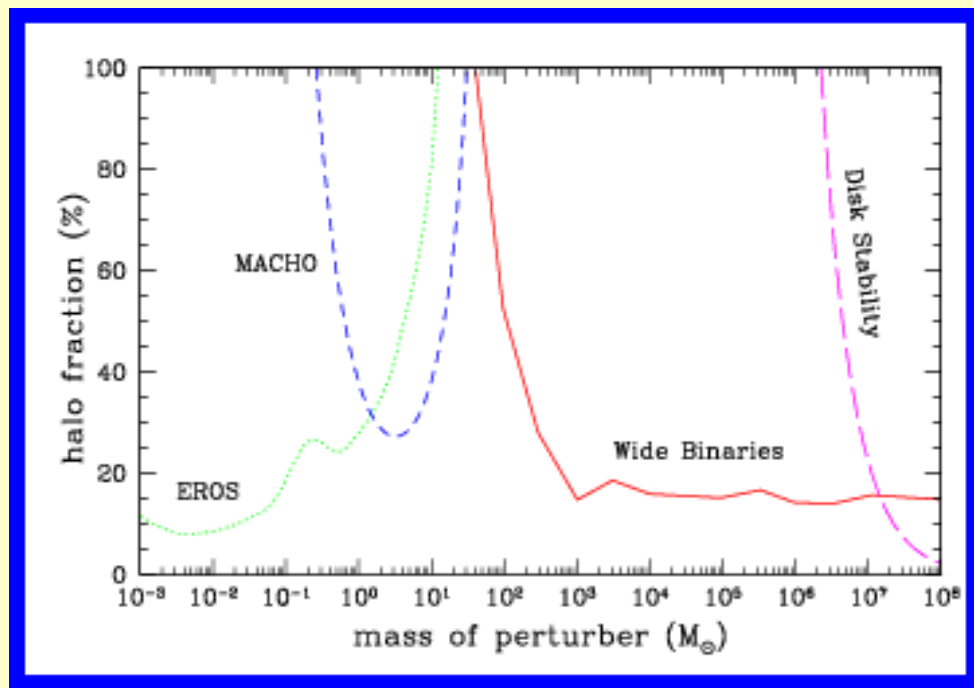
$$\langle t_{zjawisko} \rangle = \frac{\frac{1}{2} \pi r_E^2}{v r_E} = \frac{\pi}{2} t_E$$

Szansa na obserwację: stosunek sumy czasów trwania zaobserwowanych zjawisk do sumy czasów monitorowania źródeł.

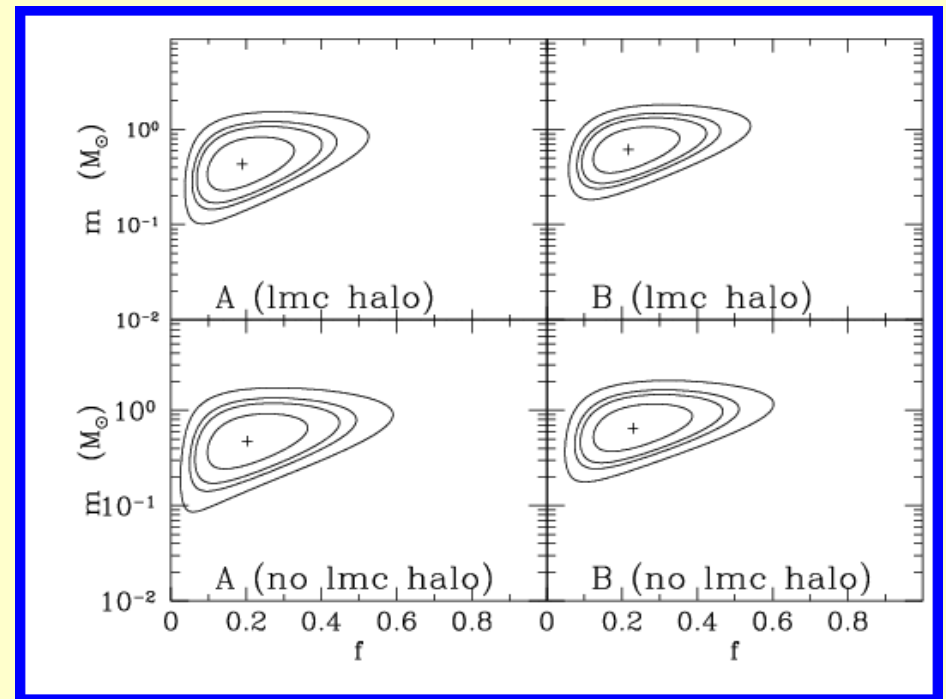
$$\tau_{obs} = \frac{\sum_i \frac{\pi}{2} t_E^{(i)}}{N_{mon} t_{mon}}$$

Wkład MACHOs

Gdyby cała ciemna materia halo Galaktyki miała postać MACHOs, mierzona w kierunku LMC/SMC grubość optyczna powinna być rzędu przewidywanej teoretycznie.



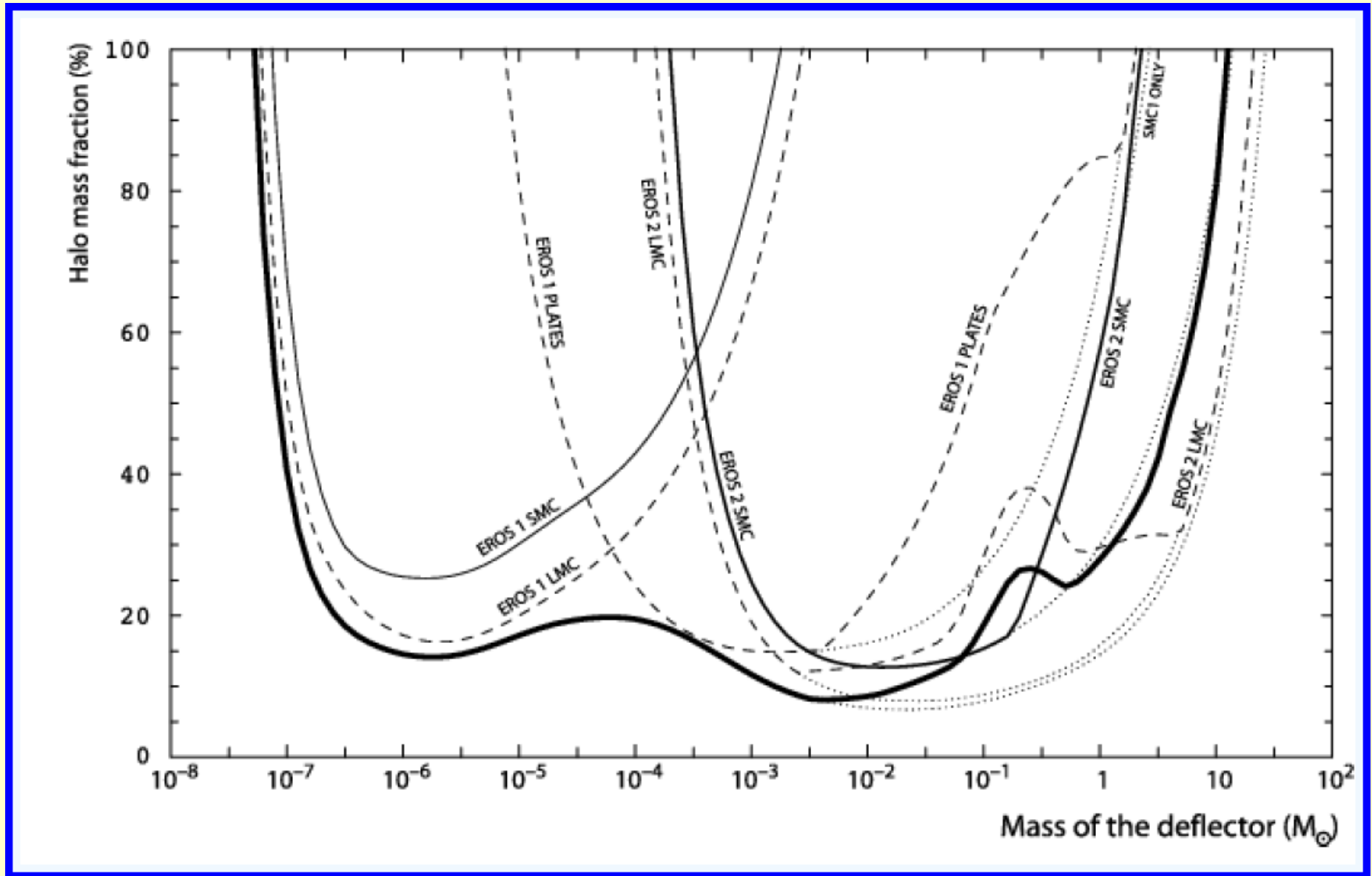
Ograniczenia zawartości MACHOs w halo w funkcji masy (Gould +)



Alcock (+MACHO team) 2000: typowe masy mikrosoczewek i ich wkład do masy Halo Galaktyki

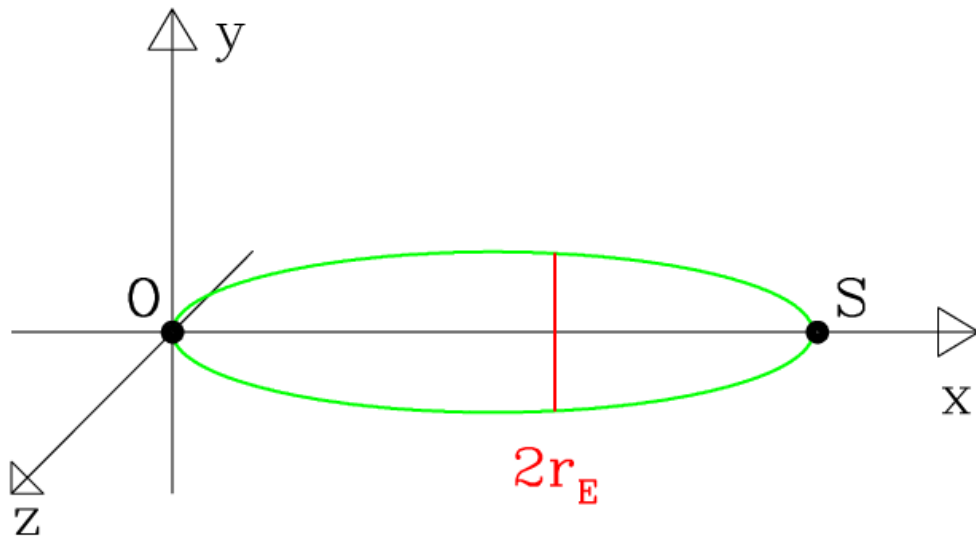
Wkład MACHOs

G



Ograniczenia zawartości MACHOs w halo w funkcji masy
[EROS: Afonso i in. (2003) A&A, 400, 951]

Częstość zachodzenia zjawisk



Ile soczewek trafi w otoczenie linii widzenia w jednostce czasu?

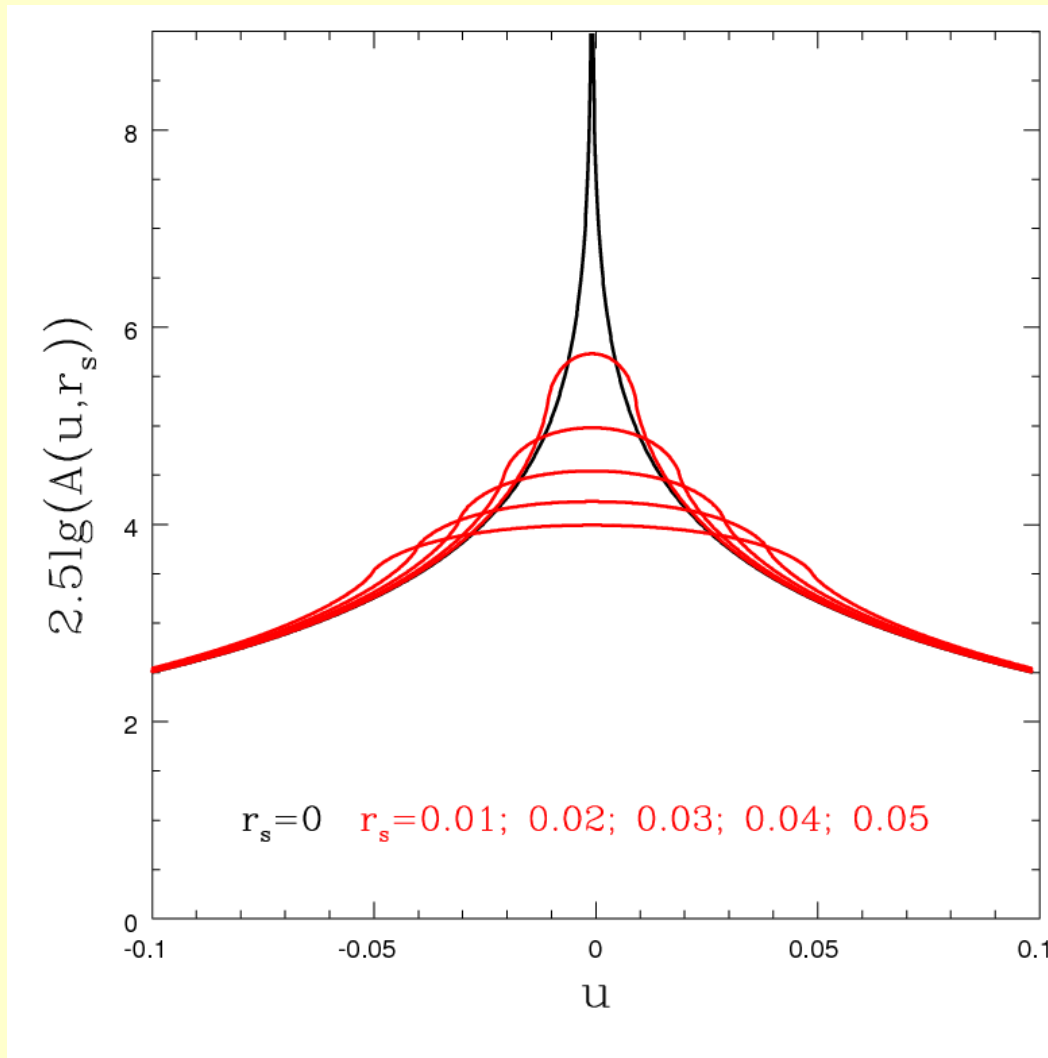
$$\Gamma(m) = \int_{\partial V} n_m v_{\perp} dS = \int_0^{d_{OS}} n_m(l) v_{\perp}(l) 2r_E dl$$

$$t_E = \frac{r_E}{v_{\perp}} \sim \sqrt{m}$$

$$f(t_E) \leftarrow [f(v_{\perp})] \rightarrow f(m)$$

Rozkład prędkości jest znany, ale szeroki \implies $f(m)$ trudne do otrzymania; informacja w $f(t_E)$ trudna do wykorzystania

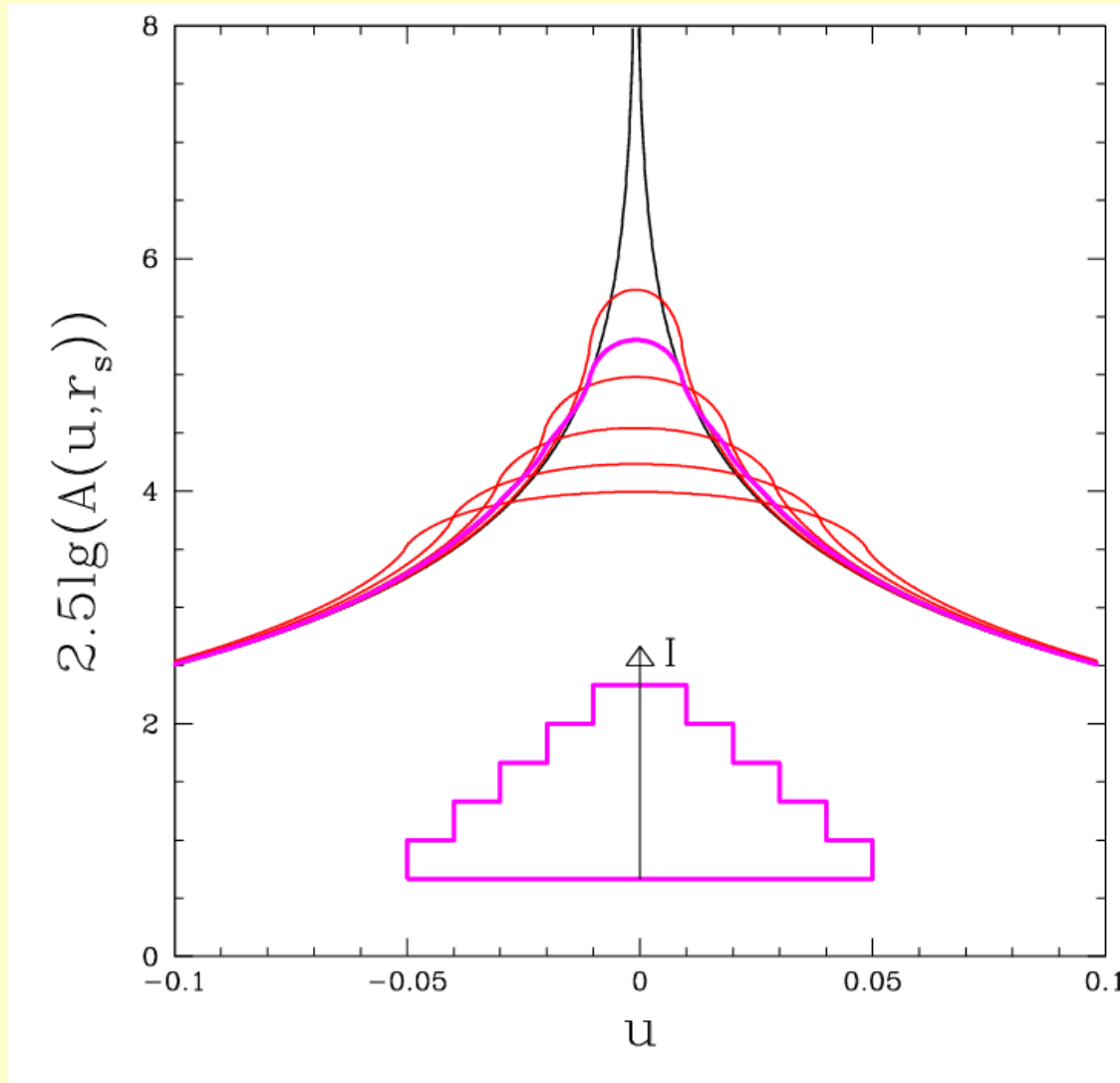
Wpływ skończonych rozmiarów źródła



====> Kątowe rozmiary źródła !!

Wzmocnienie dla źródła o stałej jasności powierzchniowej i różnych rozmiarach.

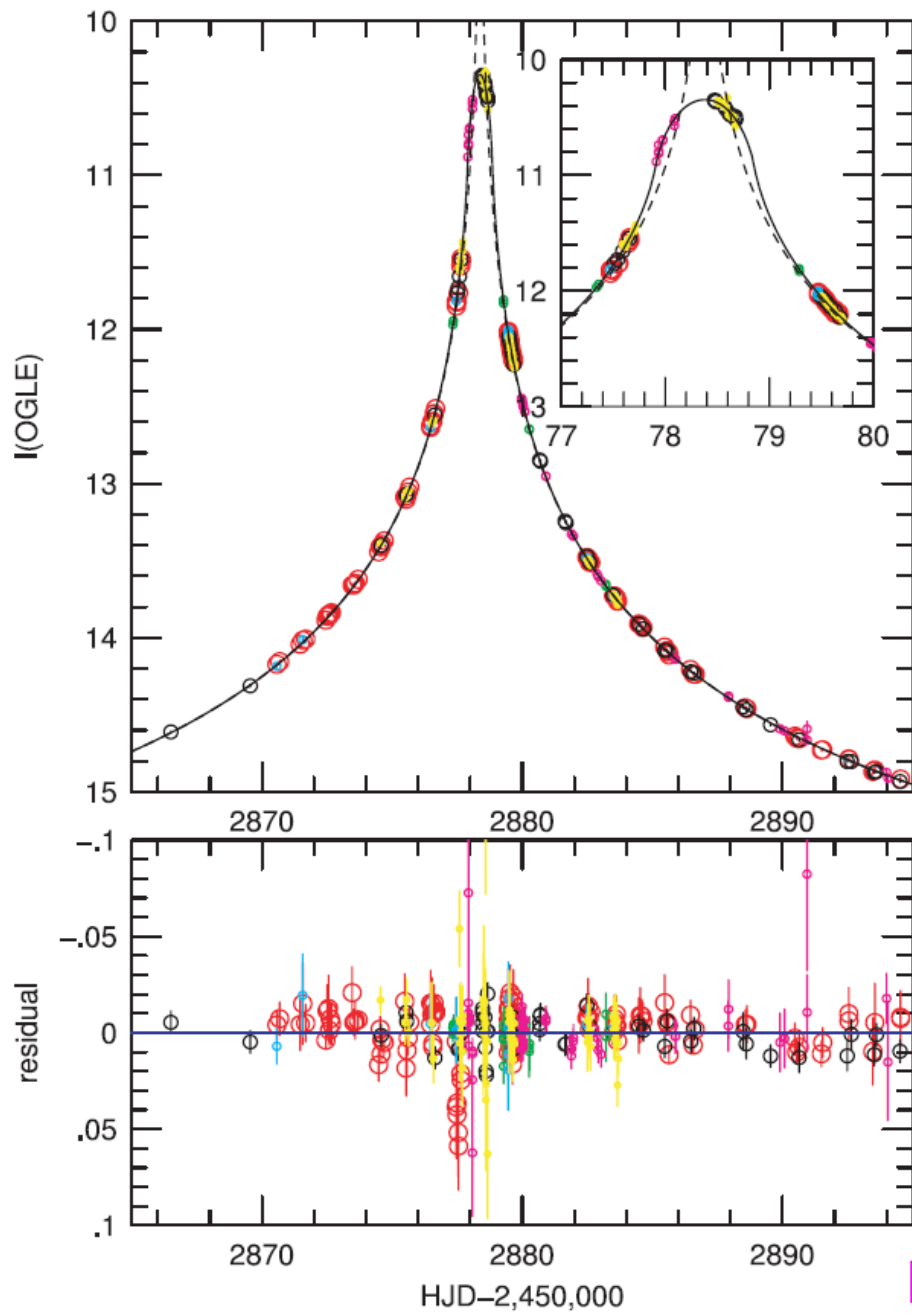
Wpływ pociemnienia brzegowego źródła



====> Profil !!

Wzmocnienie dla źródła o znaczącym
(i nienaturalnym dla prostoty rachunku)
pociemnieniu brzegowym

Zastosowanie: OGLE 2003-BLG-238



Dopasowania:

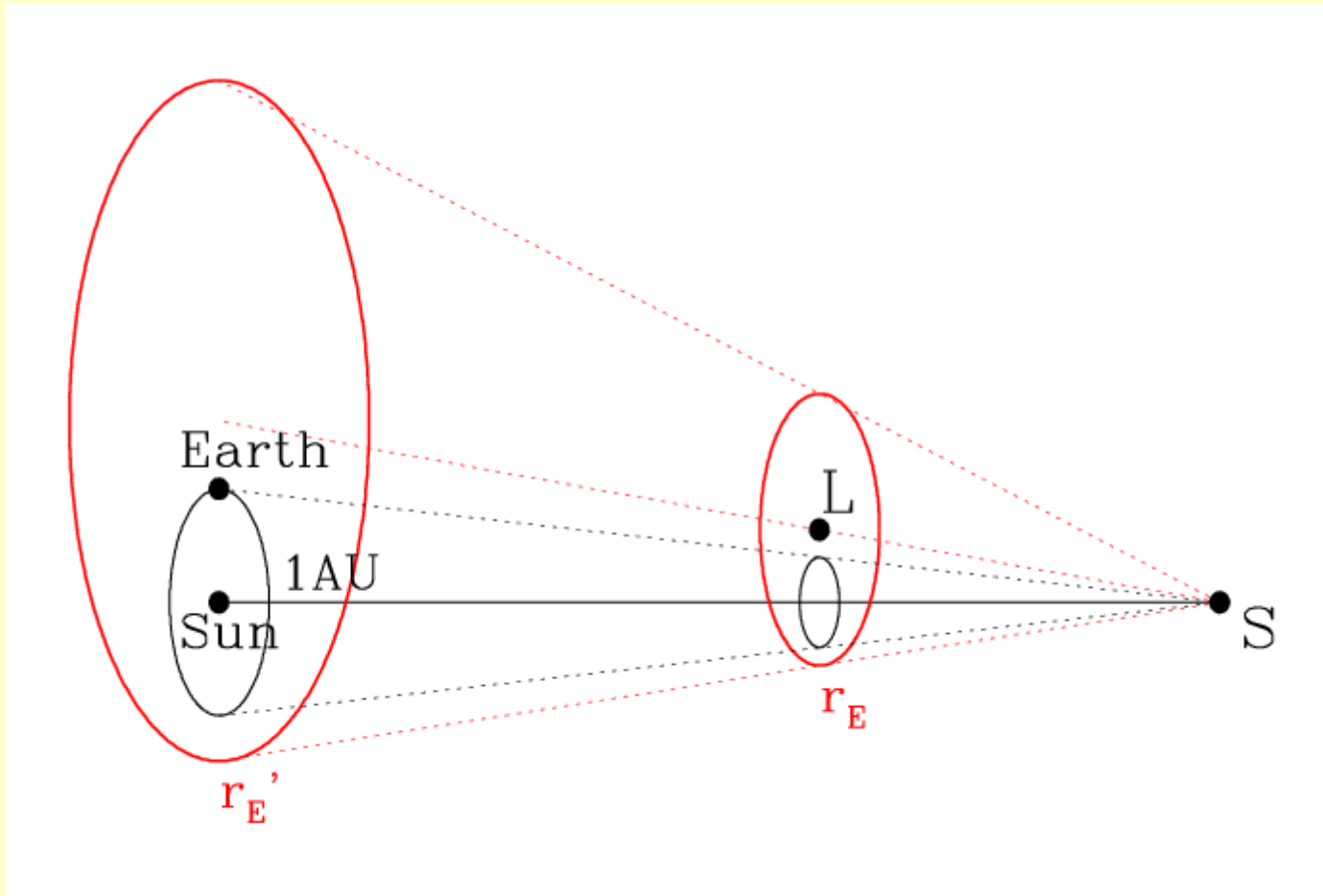
$$\frac{\Theta_*}{\Theta_E} = 0.01282 \pm 0.00012$$

$$S_\lambda(\theta) = \overline{S_\lambda} \left(1 - \Gamma_\lambda \left(1 - \frac{3}{2} \cos \theta \right) \right)$$

$$\Gamma_I = 0.47 \quad \Gamma_R = 0.53$$

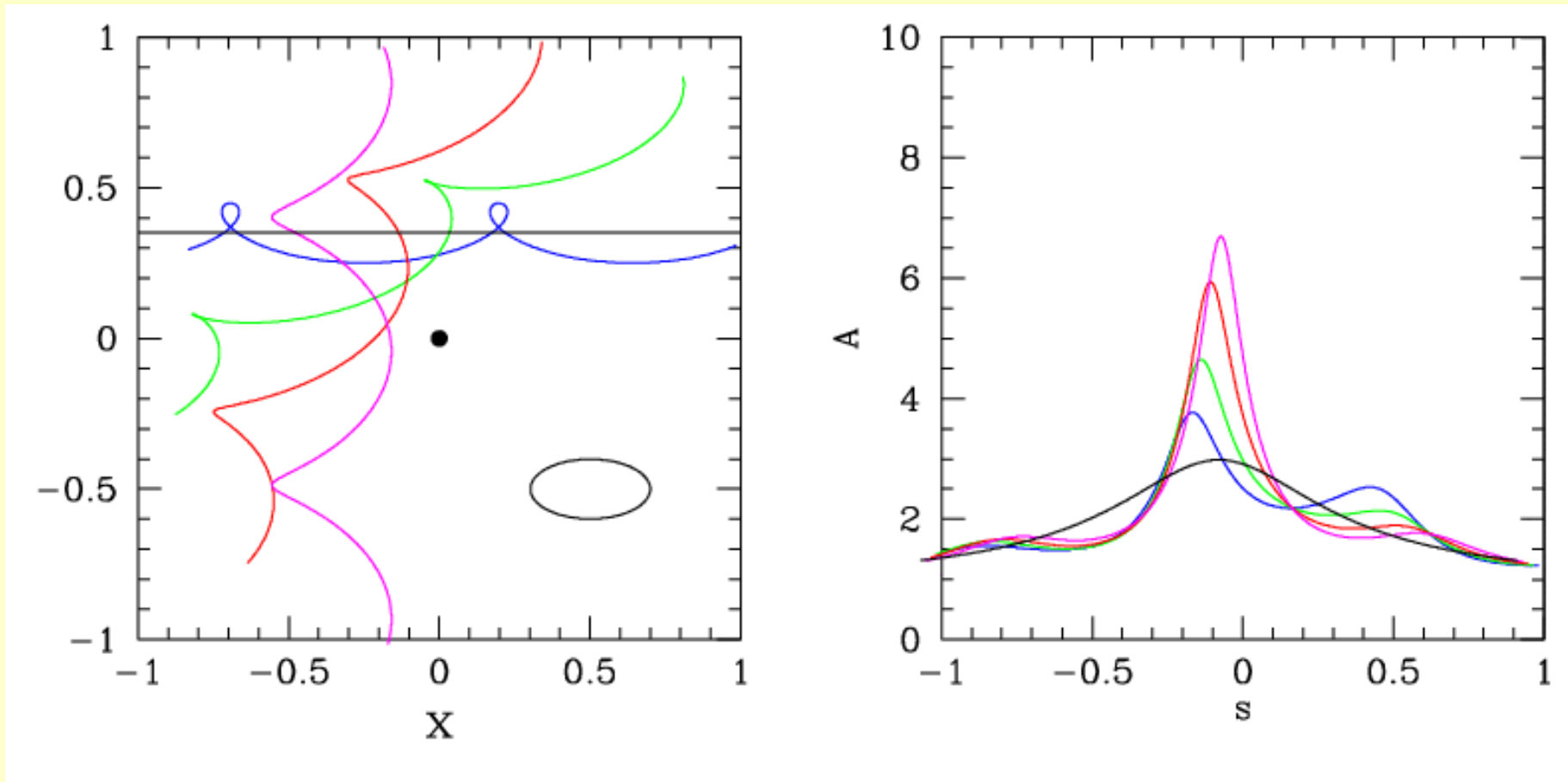
[Jiang, uFUN, OGLE, PLANET (2004) ApJ, 617, 1307]

Wpływ rocznego ruchu Ziemi



Ruch obserwatora (Ziemi) powoduje dodatkowe zmiany położenia źródła względem soczewki. Ich miarą jest $1\text{AU}/r_E'$. Innym czynnikiem: $t_E/1\text{rok}$. Krzywa zmian blasku może zmienić się istotnie...

Wpływ rocznego ruchu Ziemi

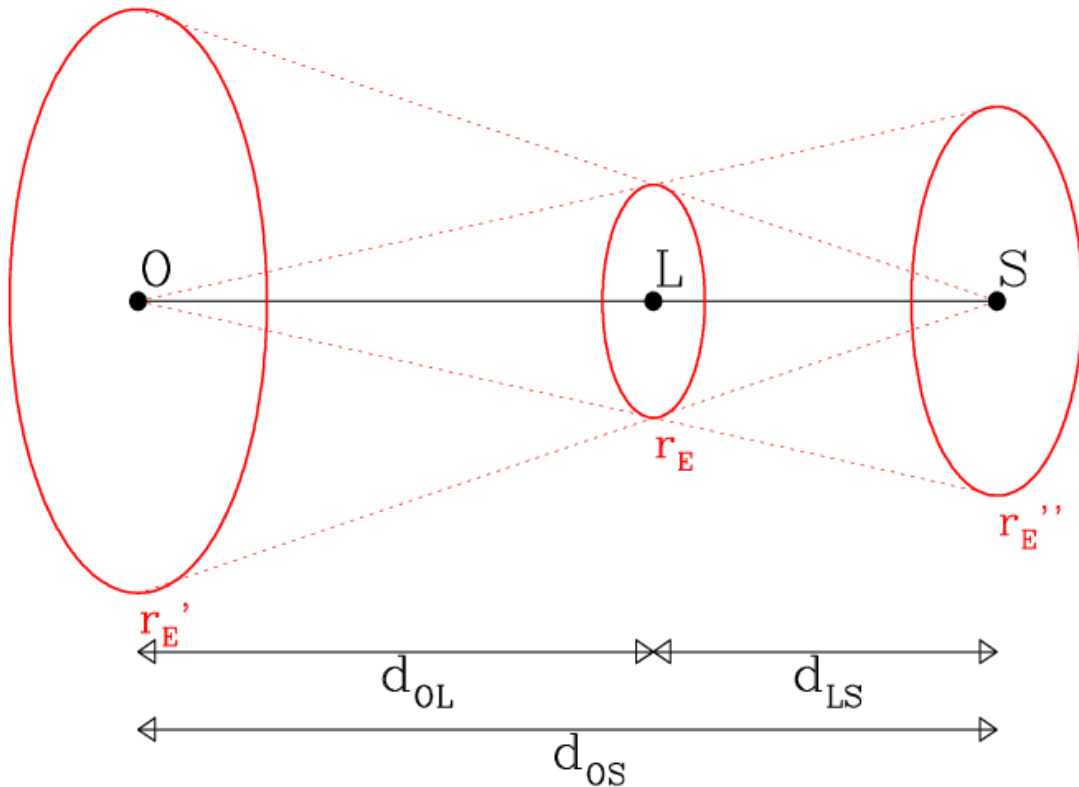


Złożenie ruchu prostoliniowego różnie nachylonego do ekliptyki (pojedyncze źródło względem soczewki w układzie heliocentrycznym) oraz ruchu po elipsie (odbicie ruchu rocznego Ziemi) daje w rezultacie różne, przypominające cykloidy, trajektorie. **Zmienia to kształt krzywych blasku.**

Zastosowanie: ocena masy soczewki

W szczególnych przypadkach bardzo silnie wzmocnionych i długo trwających zjawisk można wyznaczyć względne rozmiary źródła oraz względne rozmiary pierścienia Einsteina.

$$\begin{aligned}\Pi &\equiv \frac{1 \text{ AU}}{r'_E} & r_s &\equiv \frac{R_s}{r''_E} = \frac{d_{OS} \Theta_s}{r''_E} \\ r'_E r''_E &= \frac{d_{OS}}{d_{LS}} r_E \frac{d_{OS}}{d_{OL}} r_E = \frac{4GM}{c^2} d_{OS} \\ \Rightarrow M &= \frac{c^2}{4G} \frac{1 \text{ AU}}{\Pi} \frac{\Theta_s}{r_s}\end{aligned}$$

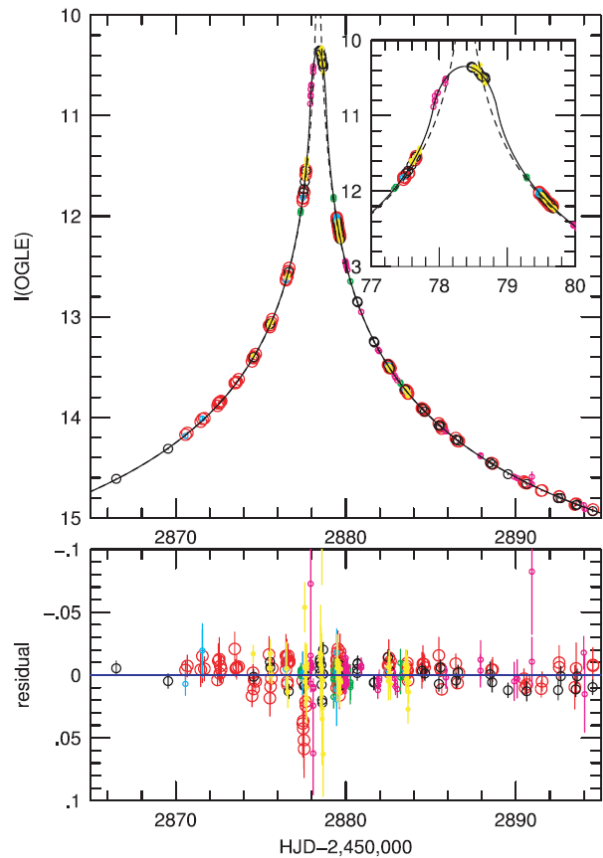


Rozmiary kątowe źródła (Θ_s) ocenia się w oparciu o znajomość typu gwiazdy i fotometrię w 2 pasmach.

==> MASA

Zastosowanie: OGLE 2003-BLG-238

[Jiang, uFUN, OGLE, PLANET (2004) ApJ, 617, 1307]



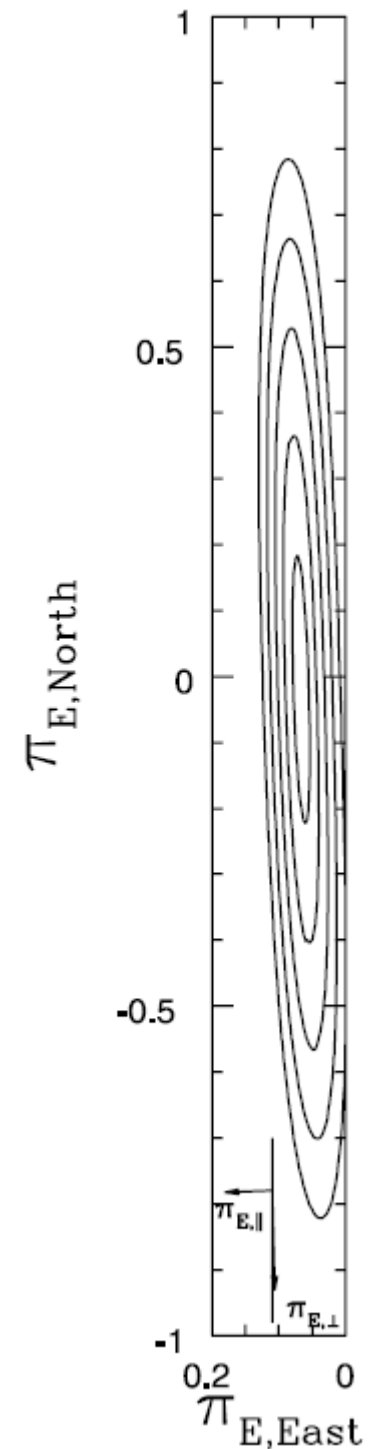
Dopasowania:

$$\frac{\Theta_*}{\Theta_E} = 0.01282 \pm 0.00012$$

$$\Pi = 0.069^{+0.13}_{-0.012}$$

$$\Theta_* = 8.35 \pm 0.72 \mu\text{as}$$

$$M = 1.15 M_{\odot} \quad [0.36 M_{\odot} < M < 1.48 M_{\odot} (1\sigma)]$$



Osobliwości

$$f : \mathcal{R}_{images}^2 \ni \vec{b} \xrightarrow{f} \vec{b}_0 = \vec{b} + D\vec{\alpha}(\vec{b}) \in \mathcal{R}_{source}^2$$

$$\|A_{ij}\| \stackrel{def}{=} \left\| \frac{\partial \vec{b}_{0i}}{\partial b_j} \right\|$$

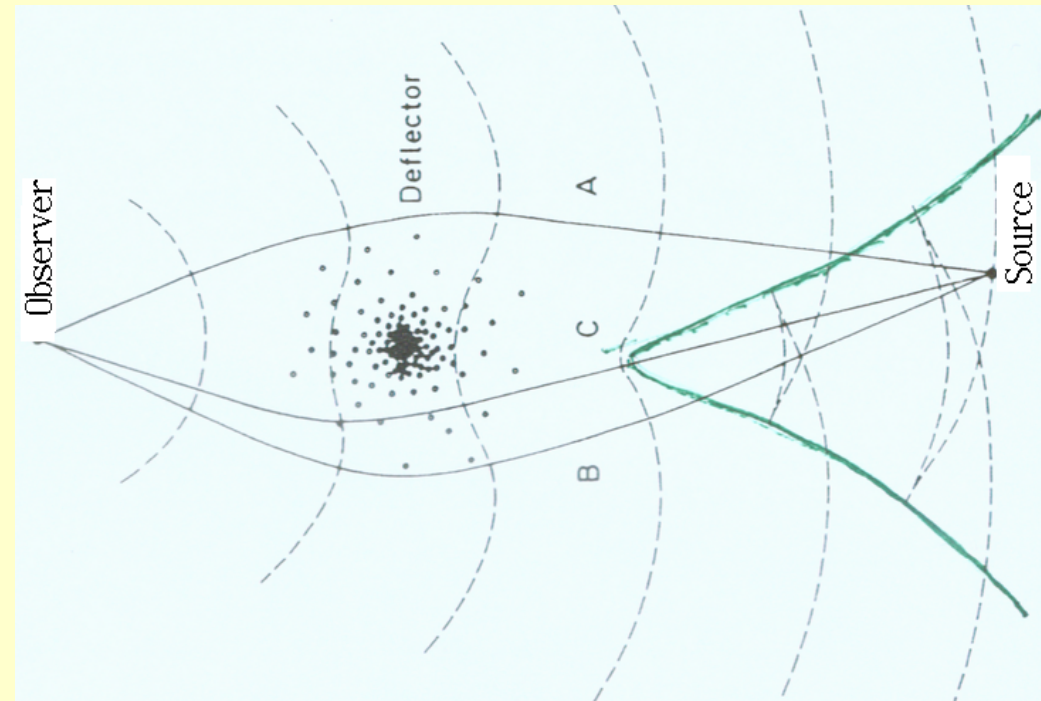
$$C_{crit} \stackrel{def}{=} \{ \vec{b} : \det \|A(\vec{b})\| = 0 \}$$

$$C_{caustic} \stackrel{def}{=} f(C_{crit})$$

Jeśli $\det A > 0$ wszędzie \implies 1 obraz
 $\det A \rightarrow 1$ w nieskończoności
Jeśli gdzieś $\det A < 0 \implies \det A = 0$ na
krzywej zamkniętej, **krytycznej**
Obrazom na krzywej krytycznej
odpowiadają źródła na **kaustyce**

Krzywe krytyczne i kaustyki
mogą być **wielospójne**.

Przecięcie powierzchni kaustycznej w
3D z płaszczyzną źródła dałoby krzywą
- **kaustykę**



Wzmocnienie w pobliżu kaustyki

$$\vec{b} \stackrel{def}{=} (x, y) \quad \vec{b}_0 \stackrel{def}{=} (x_0, y_0)$$

$$\|A_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c_y \end{vmatrix}$$

$$x_0 = 0 + \frac{1}{2}c_{xx}x^2 \quad y_0 = 0 + c_y y$$

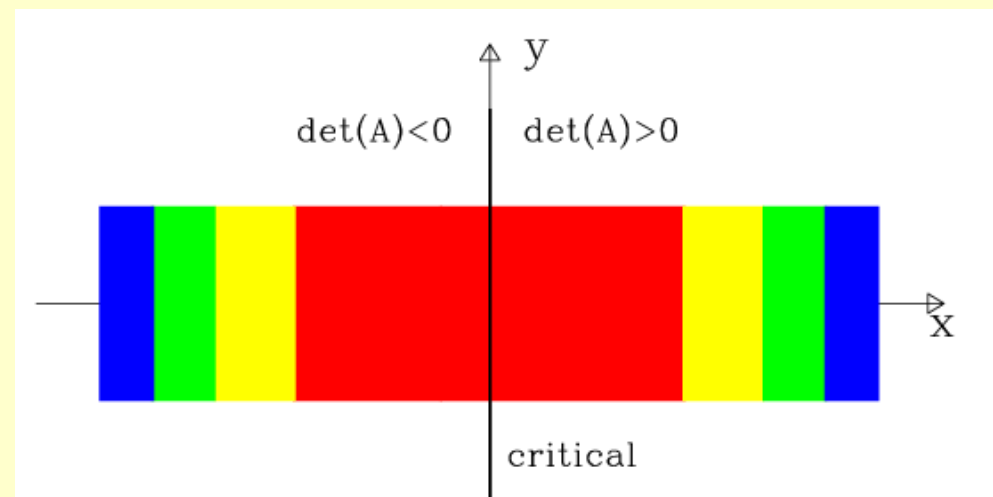
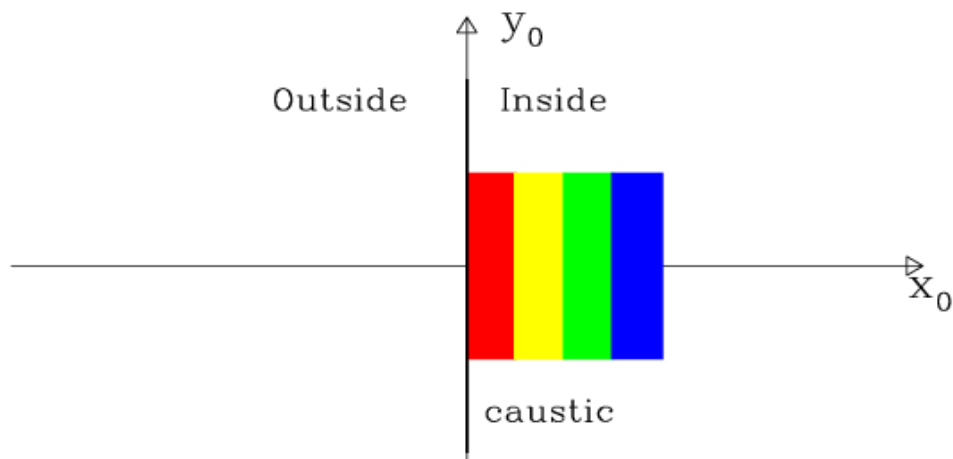
$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{2x_0}{c_{xx}}} \quad y = \frac{y_0}{c_y}$$

$$\mathcal{M} = \left| \frac{dx_1 dy}{dx_0 dy_0} \right| + \left| \frac{dx_2 dy}{dx_0 dy_0} \right| = \sqrt{\frac{2}{c_{xx} c_y^2 x_0}} \stackrel{def}{=} \sqrt{\frac{d}{x_0}}$$

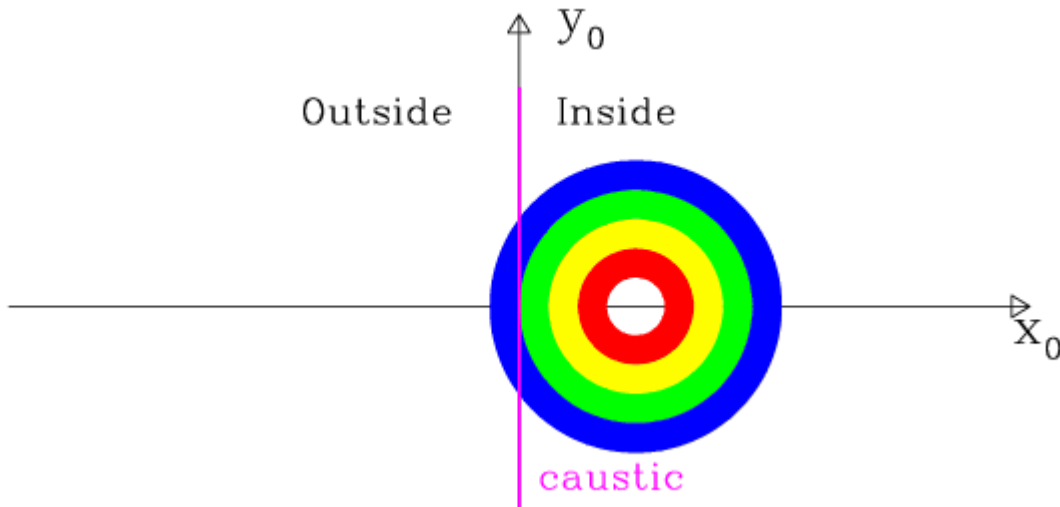
Wybór współrzędnych w otoczeniach punktu na krzywej krytycznej i odpowiadającego mu punktu na kaustyce pozwalają na taką formę zależności.

„Wejście” +2 obrazy

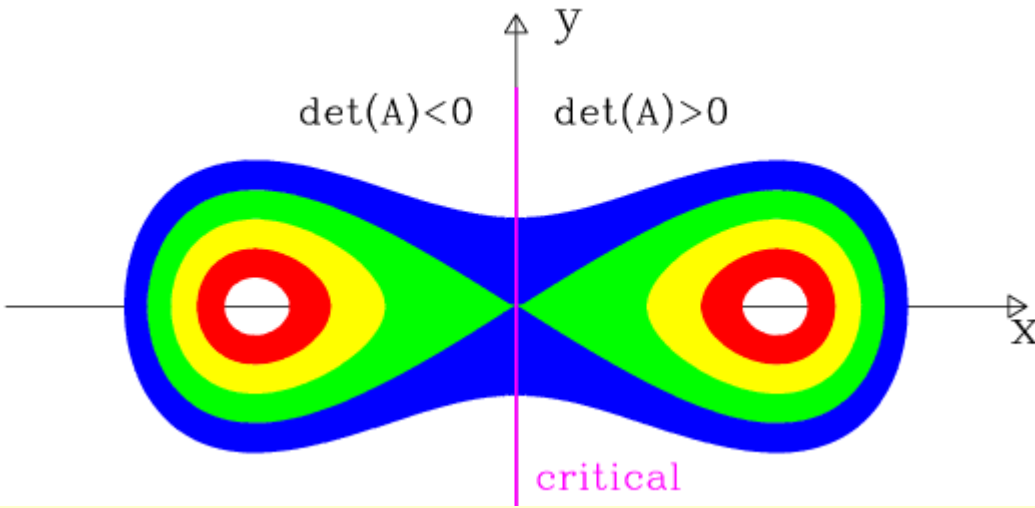
„Wyjście” -2 obrazy



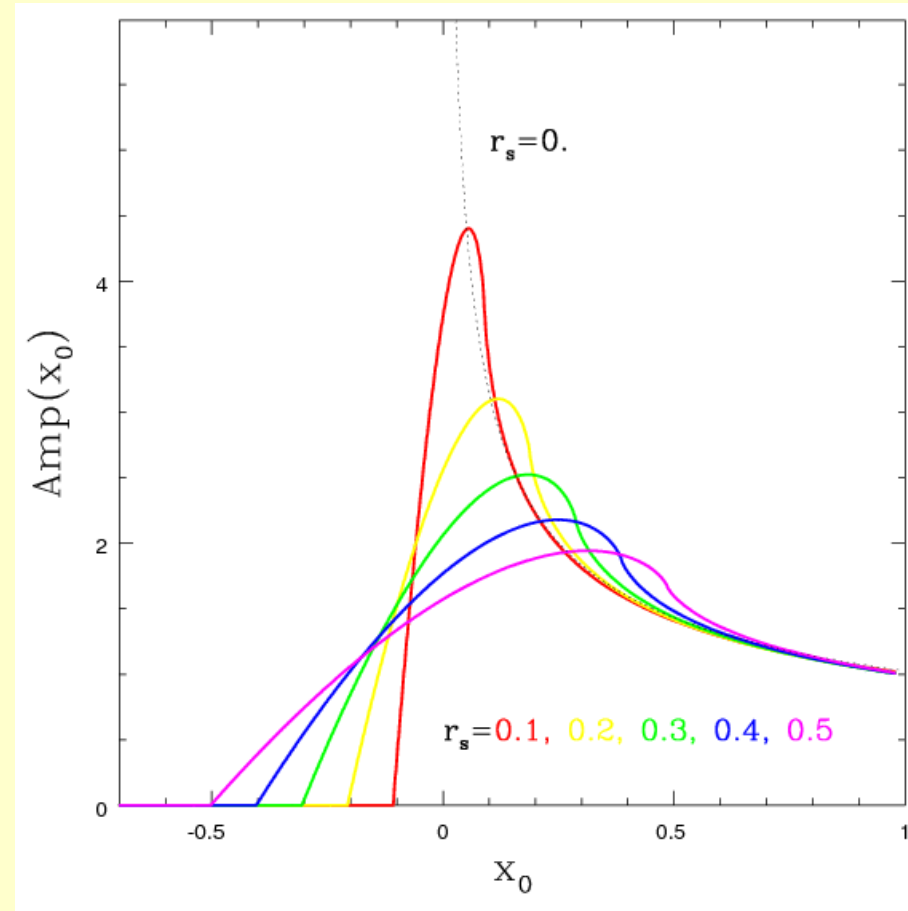
Wzmocnienie w pobliżu kaustyki



Źródło w pobliżu kaustyki...



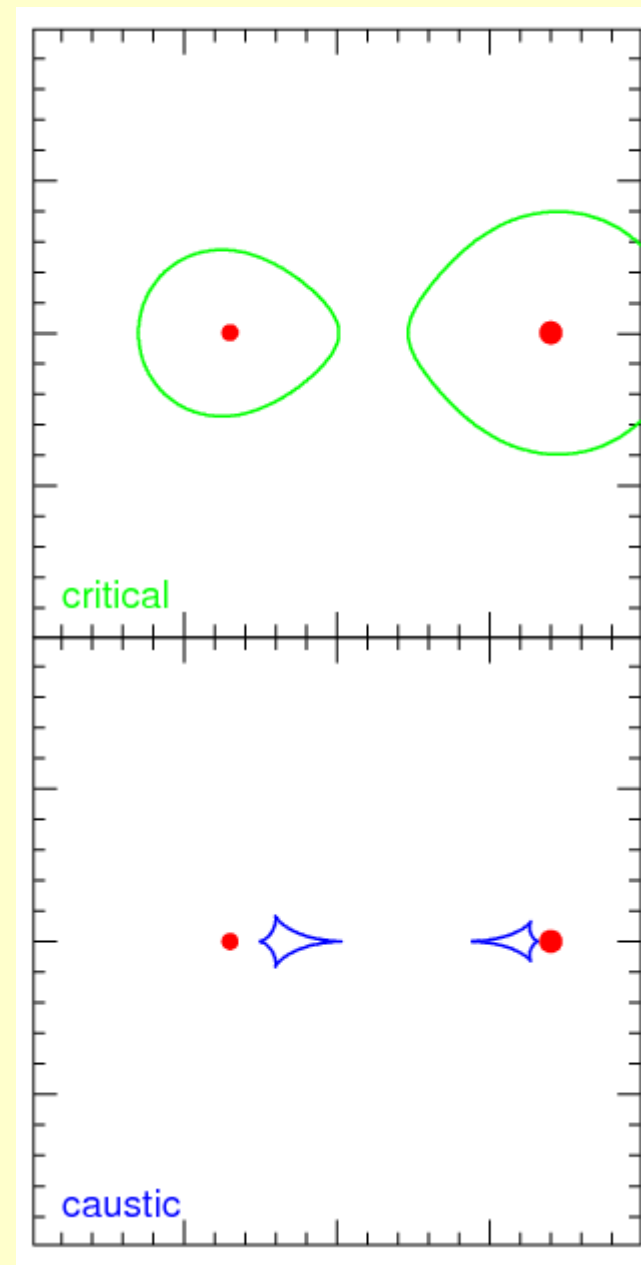
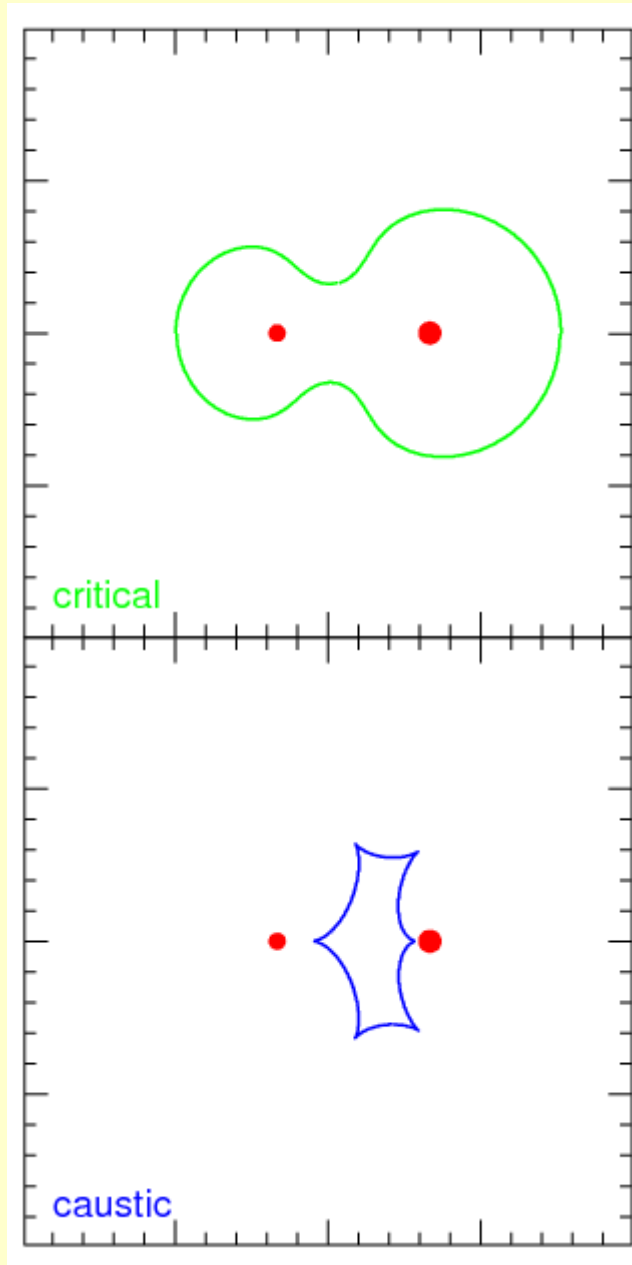
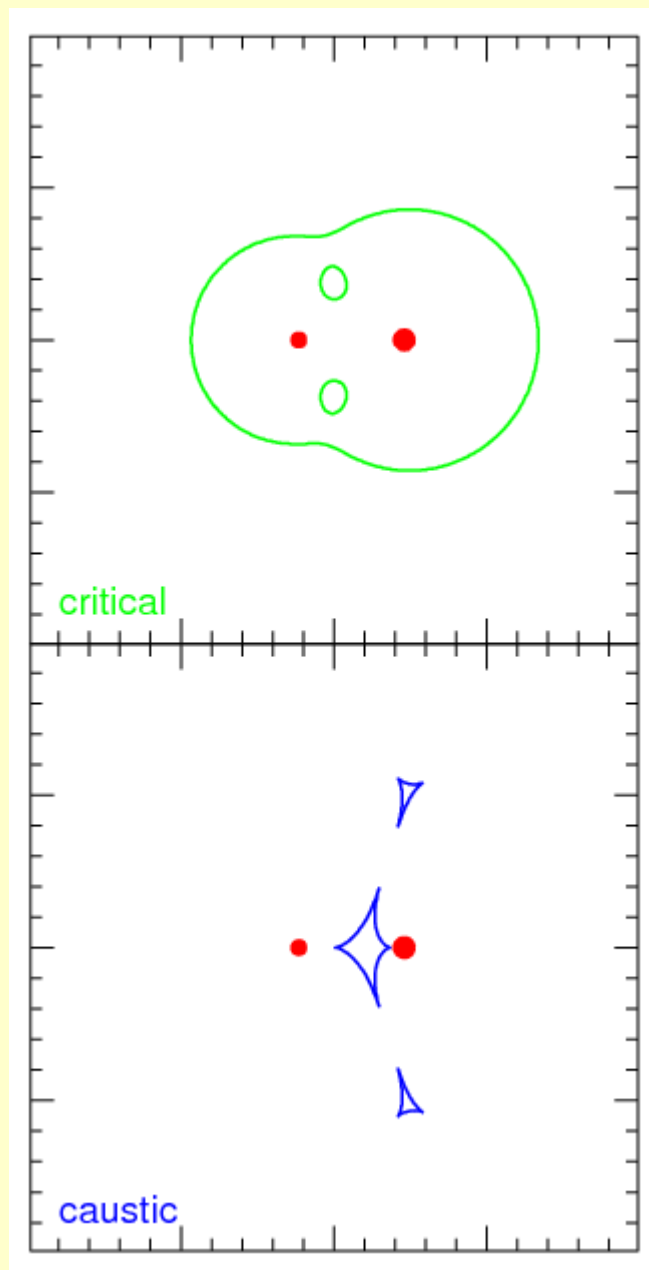
...i jego obrazy w pobliżu linii krytycznej.



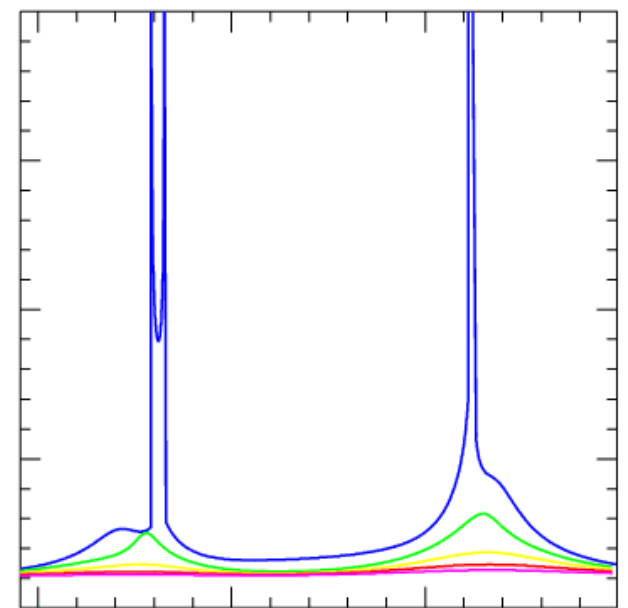
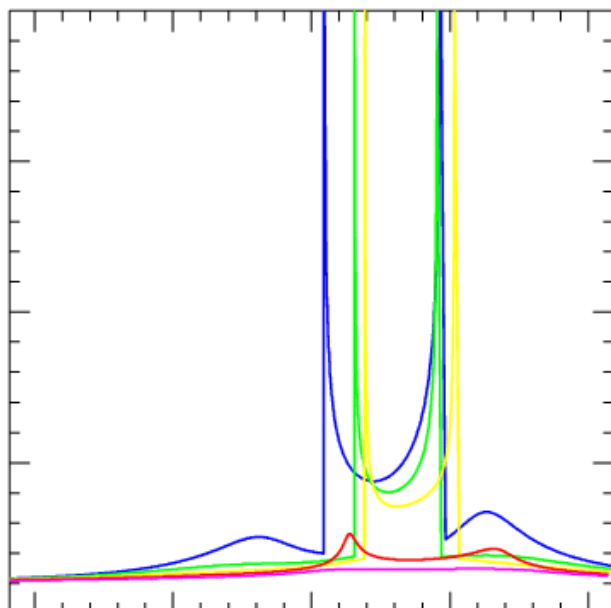
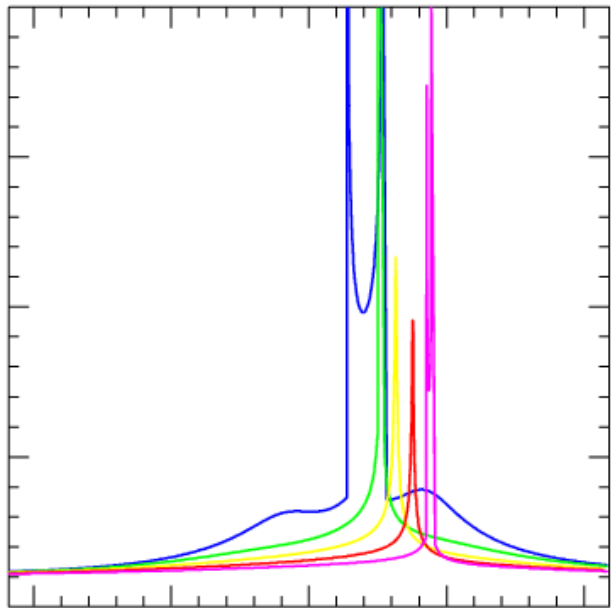
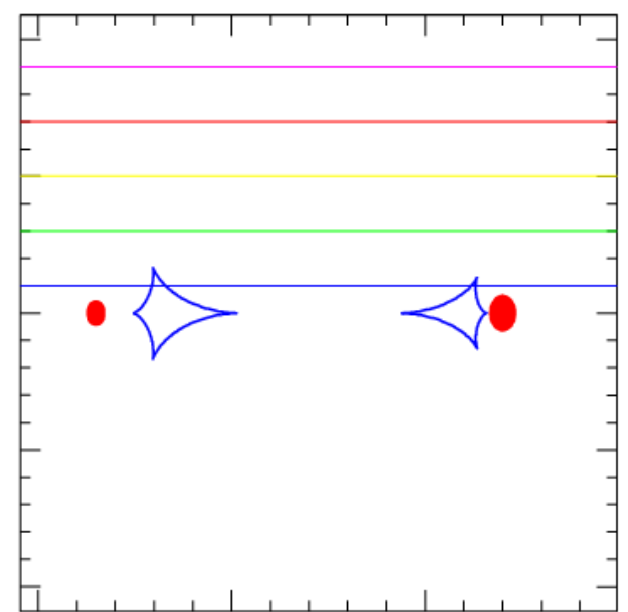
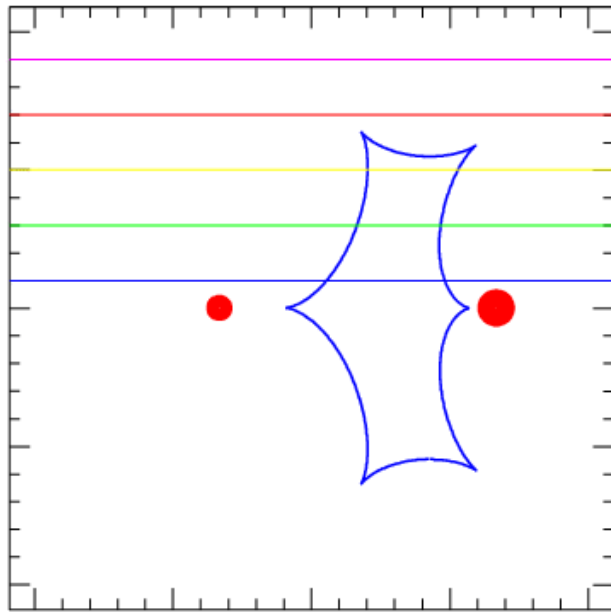
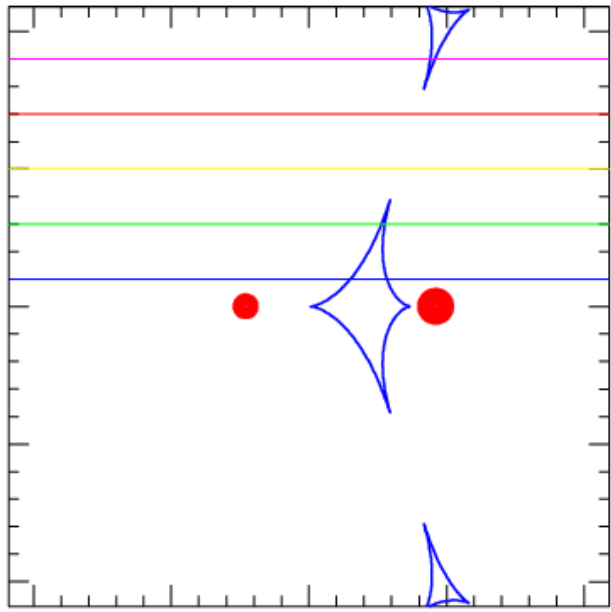
Zależność wzmocnienia od położenia środka kołowej, jednorodnej tarczy względem kaustyki.

==> względne rozmiary źródła

Linie krytyczne i kaustyki: „podwójna”



Krzywe zmian blasku (podwójna)



Wzmocnienie (podwójna)

„ciasny” $q=0.5$ $d=0.69$

„pośredni”

$q=0.5$

$d=1.0$

„rozległy” $q=0.5$ $d=2.1$

