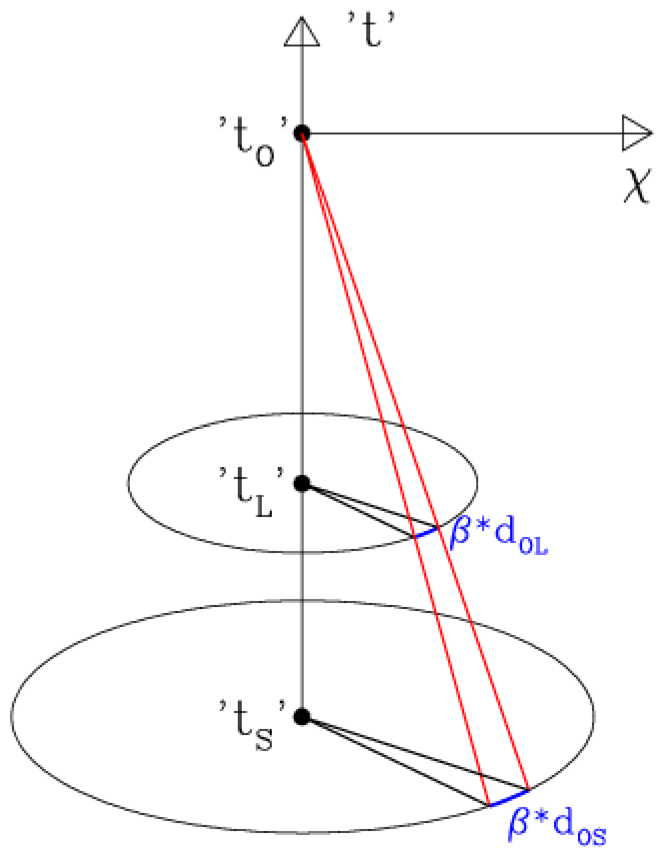
Soczewkowanie grawitacyjne 5

- Przypomnienie: „w modelu kosmologicznym"
- Względne opóźnienia sygnałów i pomiar H_0
- QSO o wielokrotnych obrazach i parametry gęstości Wszechświata

W modelu kosmologicznym



(przypomnienie...)

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)\left(d\chi^2 + S^2(\chi)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)\right)$$

$$S(\chi) \stackrel{def}{=} \begin{cases} \sin(\chi) & k = +1 \\ \chi & k = 0 \\ \sinh(\chi) & k = -1 \end{cases}$$

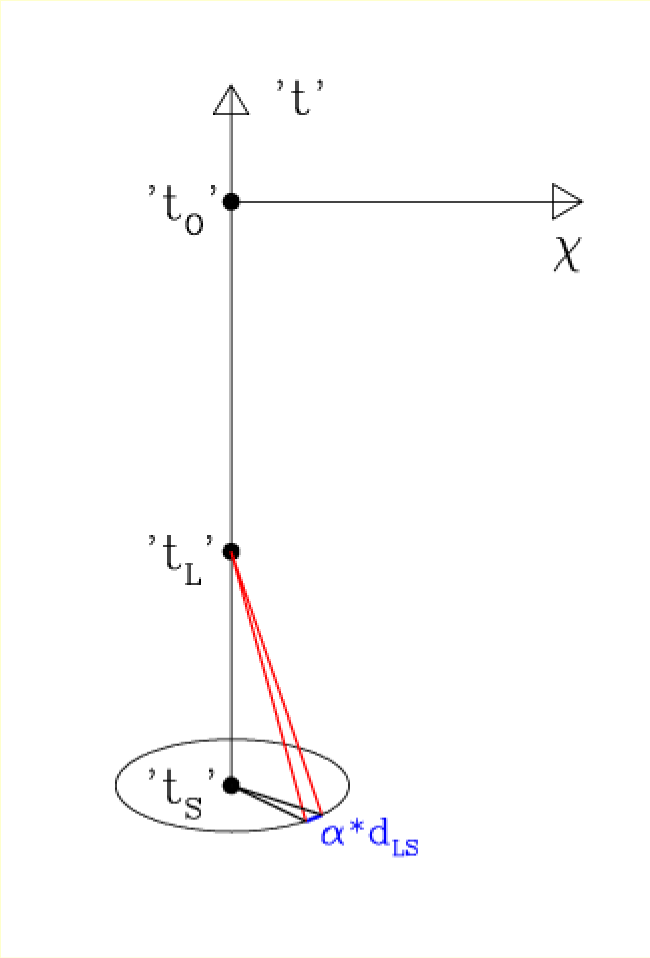
$$ds = 0 \quad \Rightarrow \quad \chi_{OL} \stackrel{def}{=} \int_{t_L}^{t_O} \frac{cdt}{a(t)} \quad \chi_{OS} \stackrel{def}{=} \int_{t_S}^{t_O} \frac{cdt}{a(t)}$$

$$\beta \cdot d_{OL} = \beta \cdot a(t_L) S(\chi_{OL}) \equiv \beta \cdot \frac{a(t_O)}{1 + z_L} S(\chi_{OL})$$

$$\beta \cdot d_{OS} = \beta \cdot a(t_S) S(\chi_{OS}) \equiv \beta \cdot \frac{a(t_O)}{1 + z_S} S(\chi_{OS})$$

$$\Rightarrow \quad d_{OL} = \frac{a_O}{1 + z_L} S(\chi_{OL}) \quad d_{OS} = \frac{a_O}{1 + z_S} S(\chi_{OS})$$

W modelu kosmologicznym



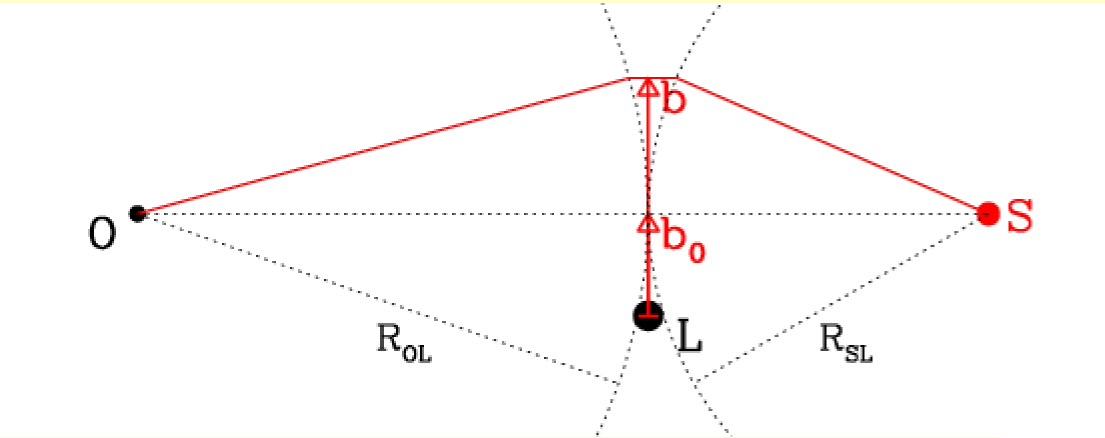
$$\chi_{LS} \stackrel{def}{=} \int_{t_S}^{t_L} \frac{cdt}{a(t)} \qquad [= \chi_{OS} - \chi_{OL}]$$

$$\alpha \cdot d_{LS} = \alpha \cdot a(t_S) S(\chi_{LS}) \equiv \alpha \cdot \frac{a(t_O)}{1+z_S} S(\chi_{LS})$$

$$\Rightarrow \quad d_{LS} = \frac{a_O}{1+z_S} S(\chi_{LS}) \qquad [\neq d_{OS} - d_{OL}]$$

$$\Rightarrow \quad D \stackrel{def}{=} \frac{d_{OL} d_{LS}}{d_{OS}} = \frac{a_O}{1+z_L} \frac{S(\chi_{OL}) S(\chi_{LS})}{S(\chi_{OS})}$$

W modelu kosmologicznym



(Problem z ćwiczeń)

Rozważamy zmianę odległości ***du*** pomiędzy dwoma promieniami przecinającymi się pod małym kątem w punkcie startowym (S) lub końcowym (O), na drodze ***dl***. (***dl=+cdt*** dla fali rozchodzącej się i ***dl=-cdt*** dla zbiegającej). Pozwala to zdefiniować promienie krzywizny czół fal, wychodzącej z (S) lub zbiegającej się w (O). Rachunek daje pożądany związek pomiędzy nimi a występującą w równaniu soczewki grawitacyjnej „kombinacją odległości" ***D***.

$$u(t) = a(t)S(\chi)\delta\theta \qquad \frac{1}{\mathcal{R}} \stackrel{def}{=} \frac{1}{u}\frac{du}{dl}$$

$$C(\chi) \stackrel{def}{=} \frac{dS(\chi)}{d\chi} = \begin{cases} \cos(\chi) & k=+1 \\ 1 & k=0 \\ \cosh(\chi) & k=-1 \end{cases}$$

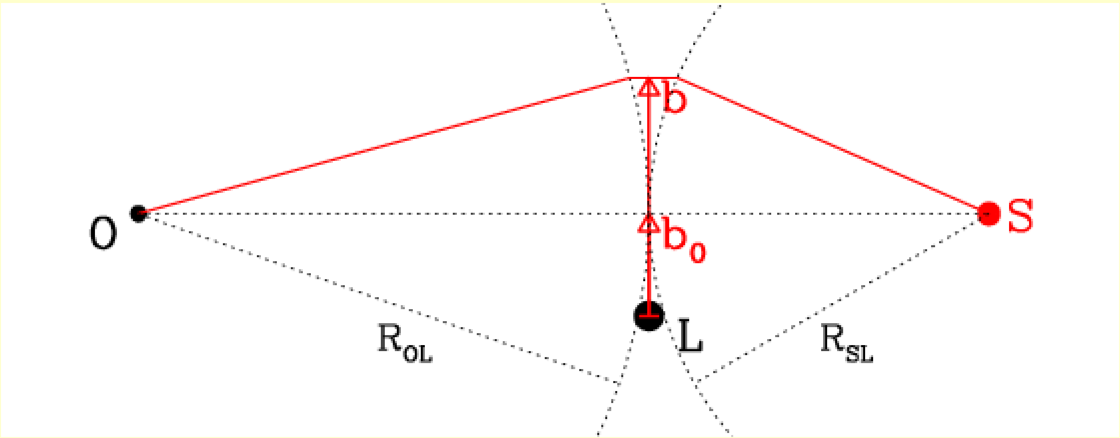
$$\frac{1}{\mathcal{R}_{SL}} = \frac{d\,[a(t_L)S(\chi_{LS})]}{[a(t_L)S(\chi_{LS})]\,d[ct_L]} = +\frac{\dot{a}}{a} + \frac{C(\chi_{LS})}{aS(\chi_{LS})}$$

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{OL}} = \frac{d\,[a(t_L)S(\chi_{OL})]}{[a(t_L)S(\chi_{OL})]\,d[-ct_L]} = -\frac{\dot{a}}{a} + \frac{C(\chi_{OL})}{aS(\chi_{OL})}$$

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{OL}} + \frac{1}{\mathcal{R}_{SL}} = \frac{C(\chi_{OL})S(\chi_{LS}) + S(\chi_{OL})C(\chi_{LS})}{a(t_L)\;S(\chi_{OL})S(\chi_{LS})}$$

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{OL}} + \frac{1}{\mathcal{R}_{SL}} = \frac{(1+z_L)S(\chi_{OS})}{a_O\;S(\chi_{OL})S(\chi_{LS})} \equiv \frac{1}{D}$$

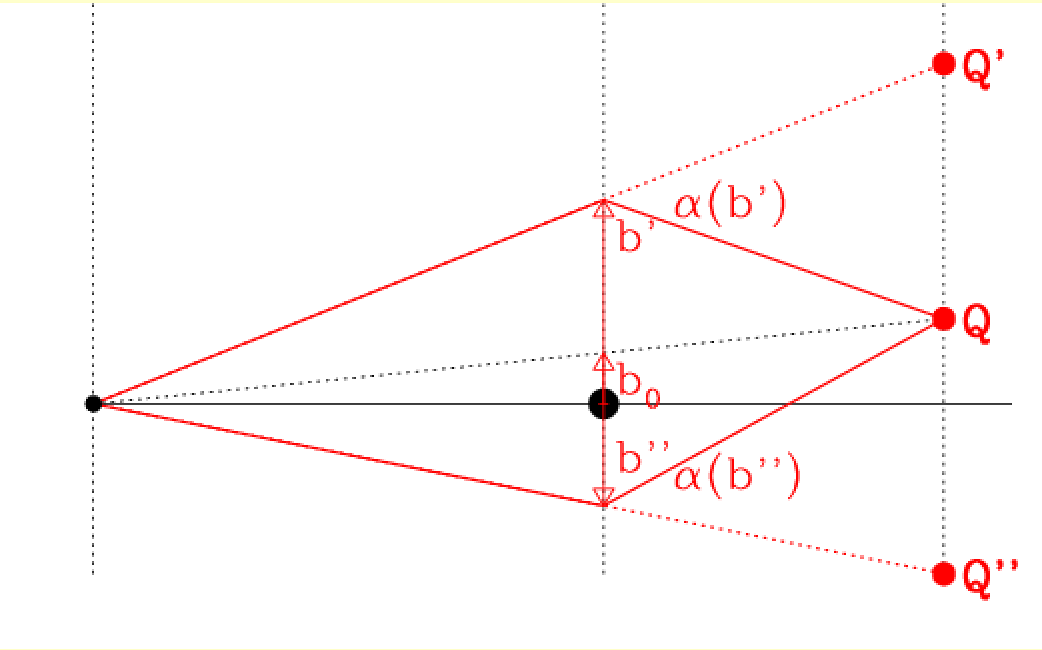
Względne opóźnienia sygnałów w modelu kosmologicznym



Różnice czasu propagacji wywołane przez pole grawitacyjne soczewki obliczane były w układzie z nią związanym. Podobnie – efekty geometryczne. Obserwator zmierzy te różnice pomnożone przez czynnik przesunięcia ku czerwieni:

$$c\Delta t_{OBSERVER} = (1+z_L)\,(c\Delta t_{geom} + c\Delta t_{grav})_{LENS}$$

Względne opóźnienia: izotermiczna sfera



To samo ugięcie
==> geometryczne drogi promieni są równe
==> tylko opóźnienia grawitacyjne różne

$$c\Delta t = (1+z_L)\cdot|\alpha|\cdot\left||\vec{b}'|-|\vec{b}''|\right|$$

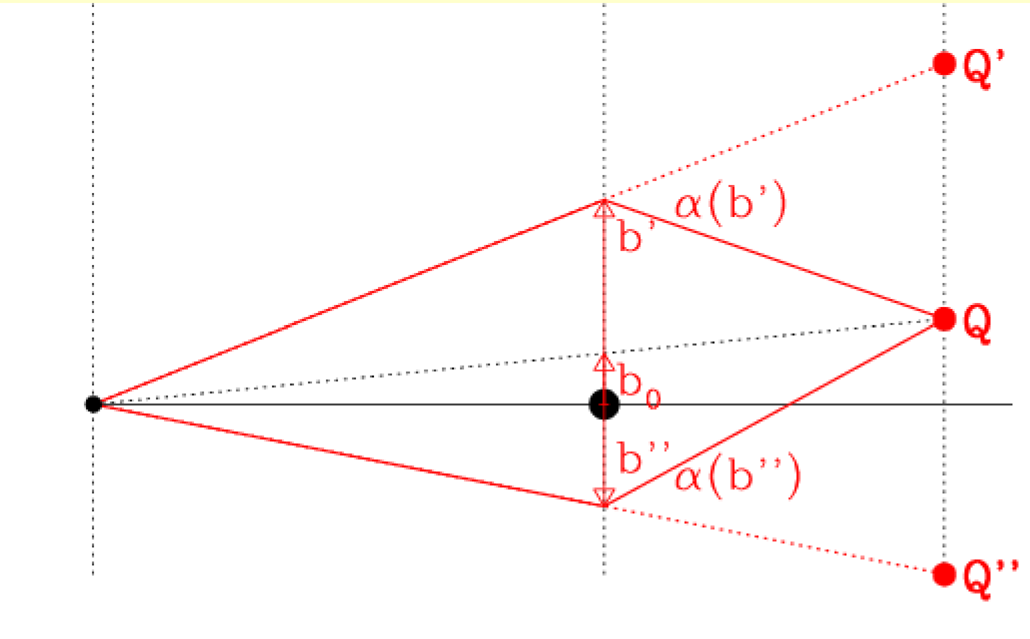
$$= (1+z_L)\cdot 2\pi\left(\frac{\sigma}{c}\right)^2\cdot d_{OL}\left||\vec{\beta}'|-|\vec{\beta}''|\right|$$

$$= \underbrace{(1+z_L)\cdot 2\pi\left(\frac{\sigma}{c}\right)^2}_{measured}\cdot\frac{c}{H_0}\underbrace{f(z_l;\Omega_M,\Omega_\Lambda,\ldots)}_{weak-dep-on-\Omega_i}\underbrace{\left||\vec{\beta}'|-|\vec{\beta}''|\right|}_{measured}$$

TEST: czy $\frac{F'}{F''}=\frac{|\vec{\beta}'|}{|\vec{\beta}''|}$ **?**

(W zasadzie) metoda pomiaru H_0 !

Względne opóźnienia: izotermiczna sfera



$$c\Delta t = (1+z_L)\cdot|\alpha|\cdot\left||\vec{b}'|-|\vec{b}''|\right|$$

$$|\vec{\beta}'|+|\vec{\beta}''| = \frac{2|\alpha|d_{LS}}{d_{OS}} \quad \vec{b}' = d_{OL}\vec{\beta}' \quad \vec{b}'' = d_{OL}\vec{\beta}''$$

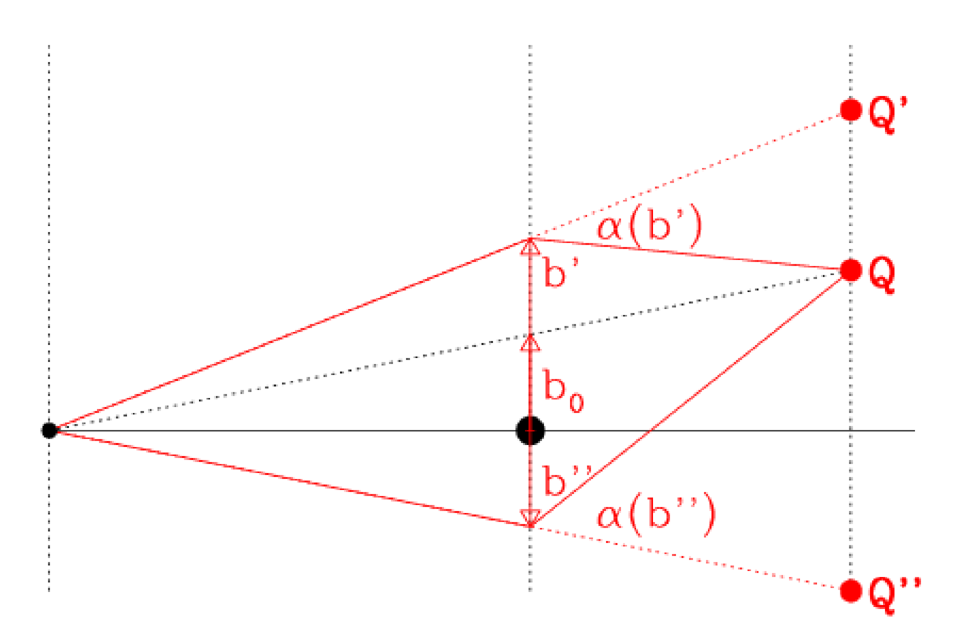
$$c\Delta t = (1+z_L)\frac{d_{OL}d_{OS}}{2d_{LS}}\left||\vec{\beta}'|^2-|\vec{\beta}''|^2\right|$$

$$= \underbrace{(1+z_L)}_{measured}\cdot\frac{c}{H_0}\underbrace{g(z_L,z_S;\Omega_M,\Omega_\Lambda,\ldots)}_{weak-dep-on-\Omega_i}\underbrace{\left||\vec{\beta}'|^2-|\vec{\beta}''|^2\right|}_{measured}$$

Nawet jeśli dyspersja prędkości soczewki nie jest znana...

TEST: czy $\frac{F'}{F''} = \frac{|\vec{\beta}'|}{|\vec{\beta}''|}$ **?**

(Nadal) metoda pomiaru H_0 !



Nieizotermiczna sfera

$$\frac{F'}{F''} = \frac{|\vec{\beta}'|}{|\vec{\beta}''|} \cdot \frac{1 - \epsilon \frac{d_{LS}}{d_{OS}} \left| \frac{\alpha''}{\beta''} \right|}{1 - \epsilon \frac{d_{LS}}{d_{OS}} \left| \frac{\alpha'}{\beta'} \right|}$$

$$(|\beta'| + |\beta''|) d_{OS} = (|\alpha'| + |\alpha''|) d_{LS}$$

$$c\Delta t(\vec{b}) = (1+z_L) \cdot \left(\frac{(\vec{b} - \vec{b}_0)^2}{2D} + \int \vec{\alpha}(\vec{b}) d\vec{b} \right) + const$$

$$\vec{\alpha}(\vec{b}) = -\tilde{\alpha} \left(\frac{|\vec{b}|}{\tilde{b}} \right)^{\epsilon} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \quad \Rightarrow \quad \int \vec{\alpha} d\vec{b} = \frac{1}{1+\epsilon} \vec{\alpha} \cdot \vec{b}$$

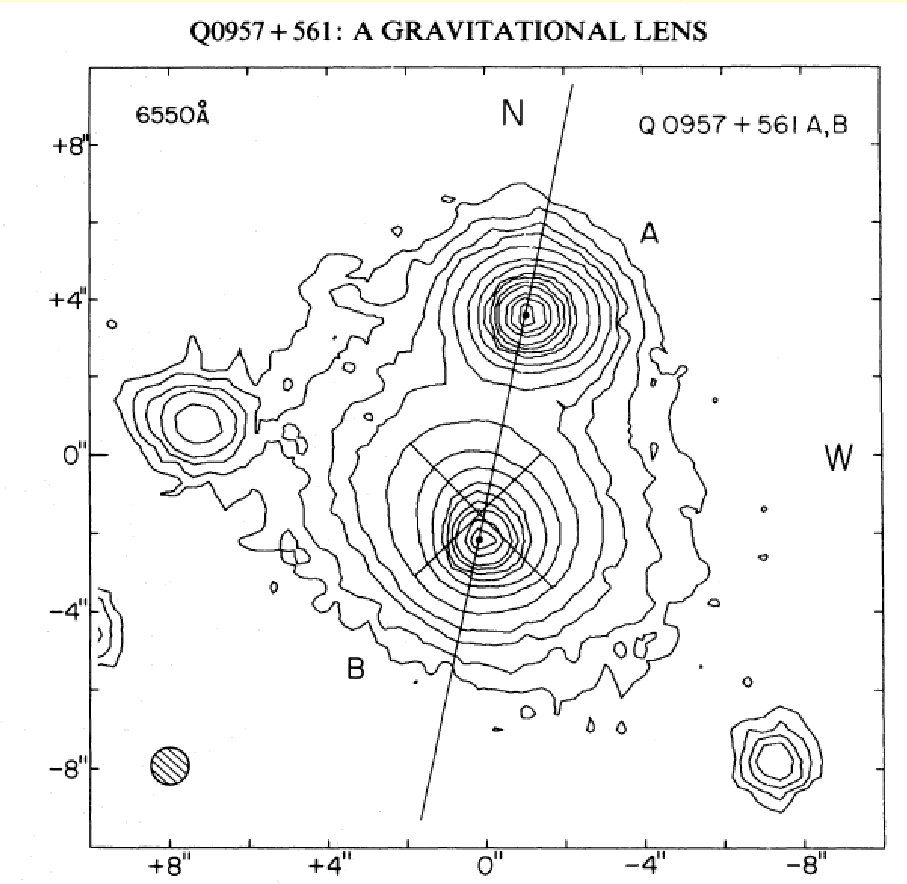
$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{b}_0 - \vec{b}}{D} \qquad \vec{b}_0 \approx \frac{1}{2}(\vec{b}' + \vec{b}'') + \mathcal{O}(\epsilon)$$

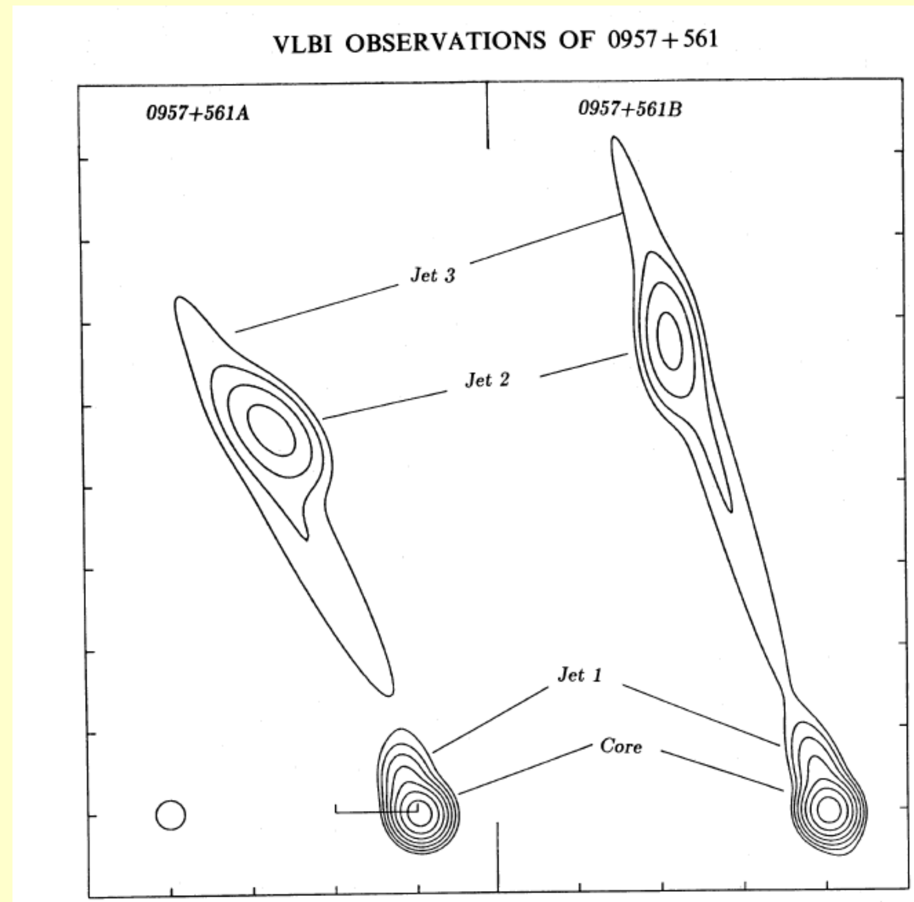
$$c\Delta t(\vec{b}) = \frac{1 + z_L}{2D} \left(\vec{b}_0^2 - \frac{2\epsilon}{1+\epsilon} \vec{b}_0 \vec{b} - \frac{1-\epsilon}{1+\epsilon} \vec{b}^2 \right)$$

$$ct'' - ct' = \frac{1 + z_L}{1 + \epsilon} \cdot \frac{d_{OL} d_{OS}}{2 d_{LS}} (|\vec{\beta}'|^2 - |\vec{\beta}''|^2) + \mathcal{O}(\epsilon^2)$$

Potęgowa zależność kąta ugięcia od parametru zderzenia. Stosunek jasności obrazów pozwala ocenić wykładnik potęgi i sprawdzić poprawność modelu.

QSO 0957+561 A+B: obrazy





z_L=0.36; z_S=1.41

[Young et al. (1980) ApJ, 241, 507]

[Gorenstein et al.(1988) ApJ, 334, 42]

QSO 0957+561 A+B: obrazy

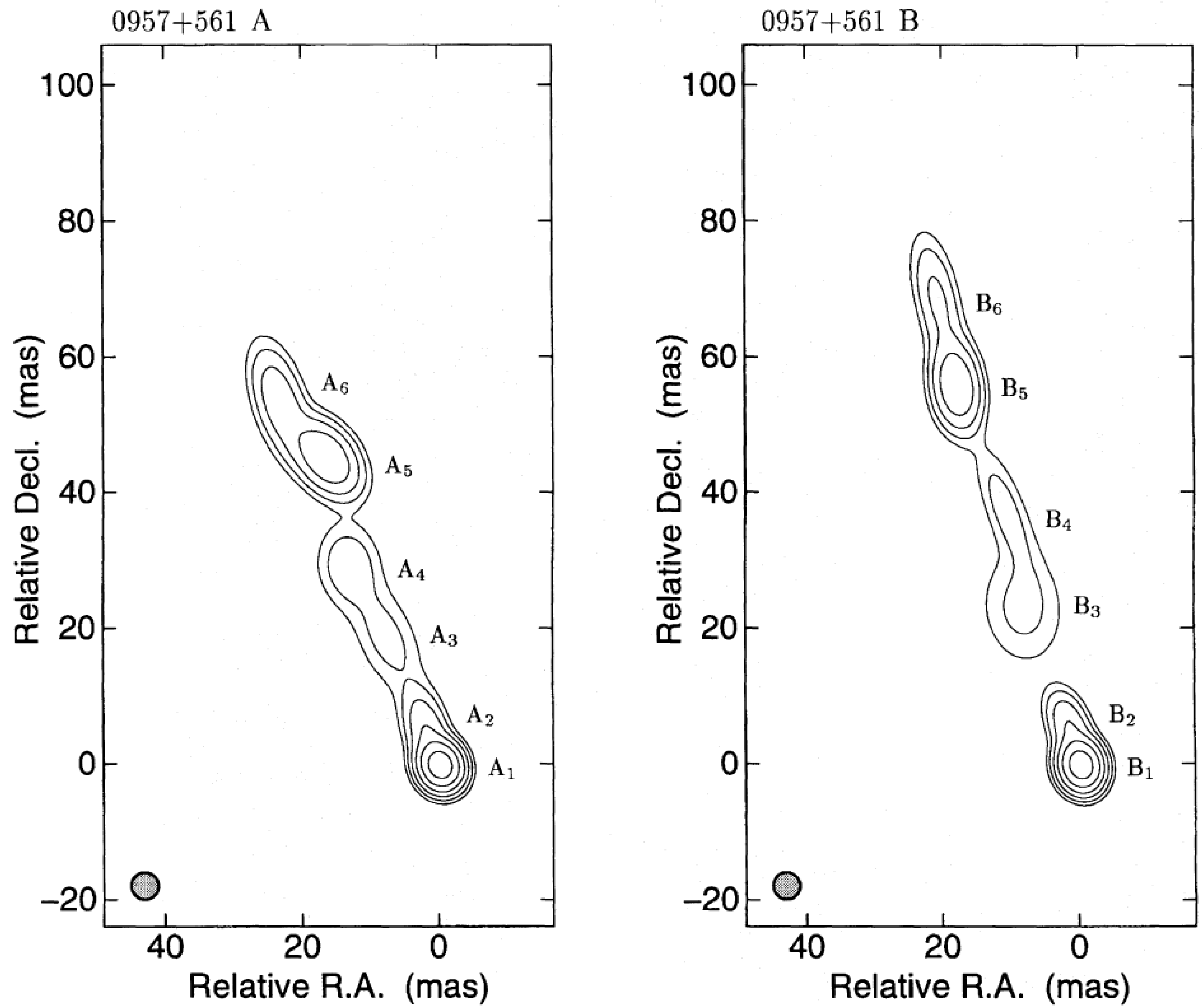
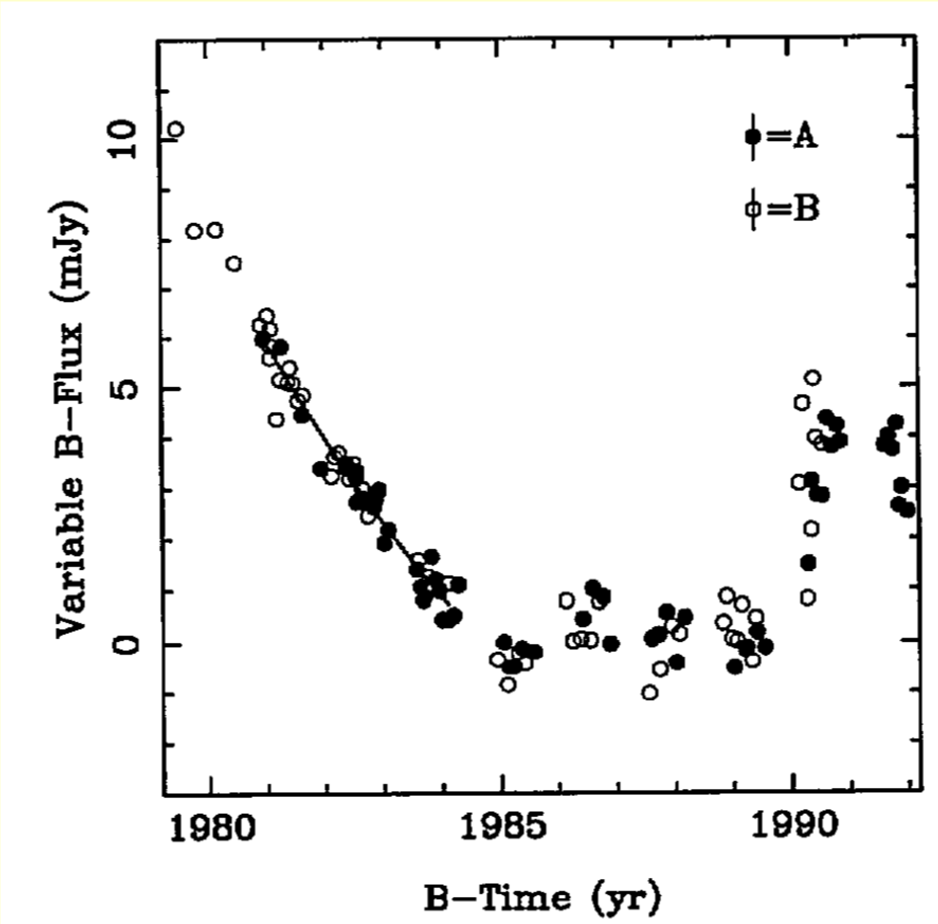
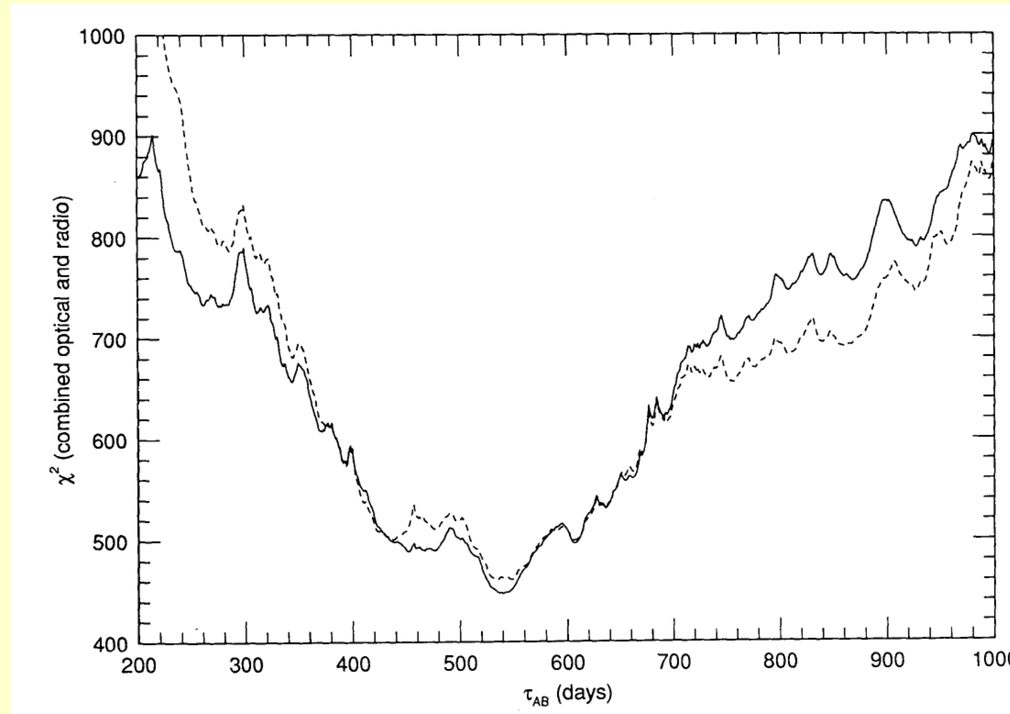


Figure 3. The surface brightness distributions for the Gaussian models (presented in Tables 1 and 2) after convolving them with a circular 4-mas (FWHM) restoring beam (shown in the bottom left corner). Contours are drawn at 2, 4, 8, 16, 32 and 64 per cent of the peak brightness for each image. The individual Gaussian components are indicated.

[Garrett et al. (1994) MN, 270, 457]

QSO 0957+561 A+B: opóźnienie



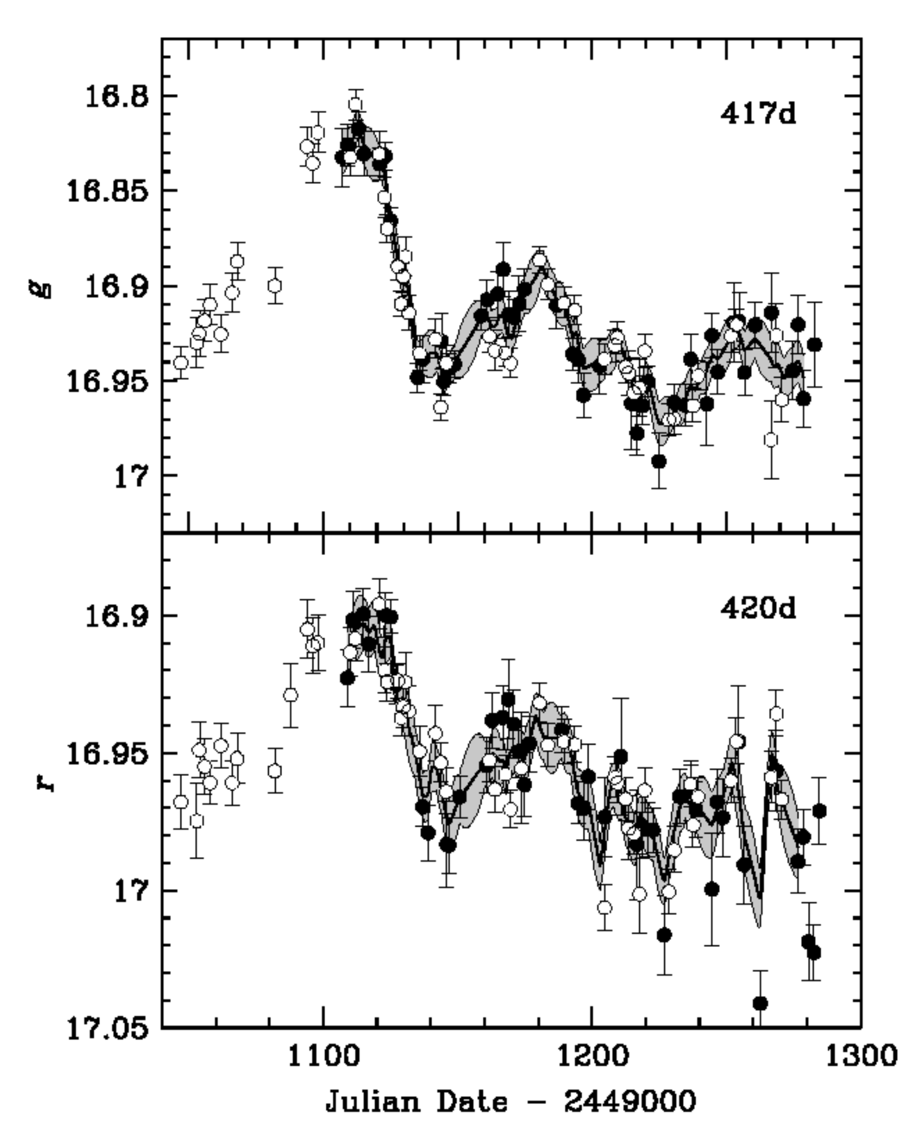


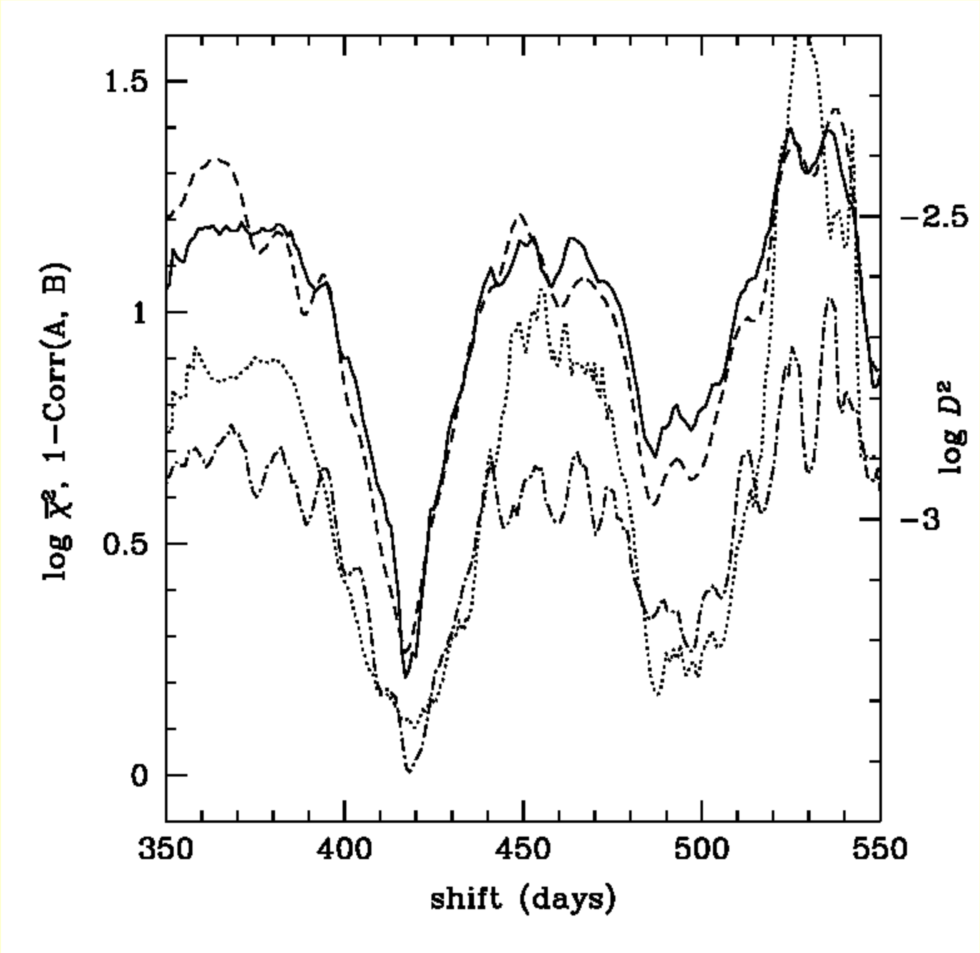
(513 dni)

[Conner et al. (1992) ApJ, 387, L61]

[Press et al.(1992) ApJ, 385, 416]

QSO 0957+561 A+B: korekta





(417-420 dni)

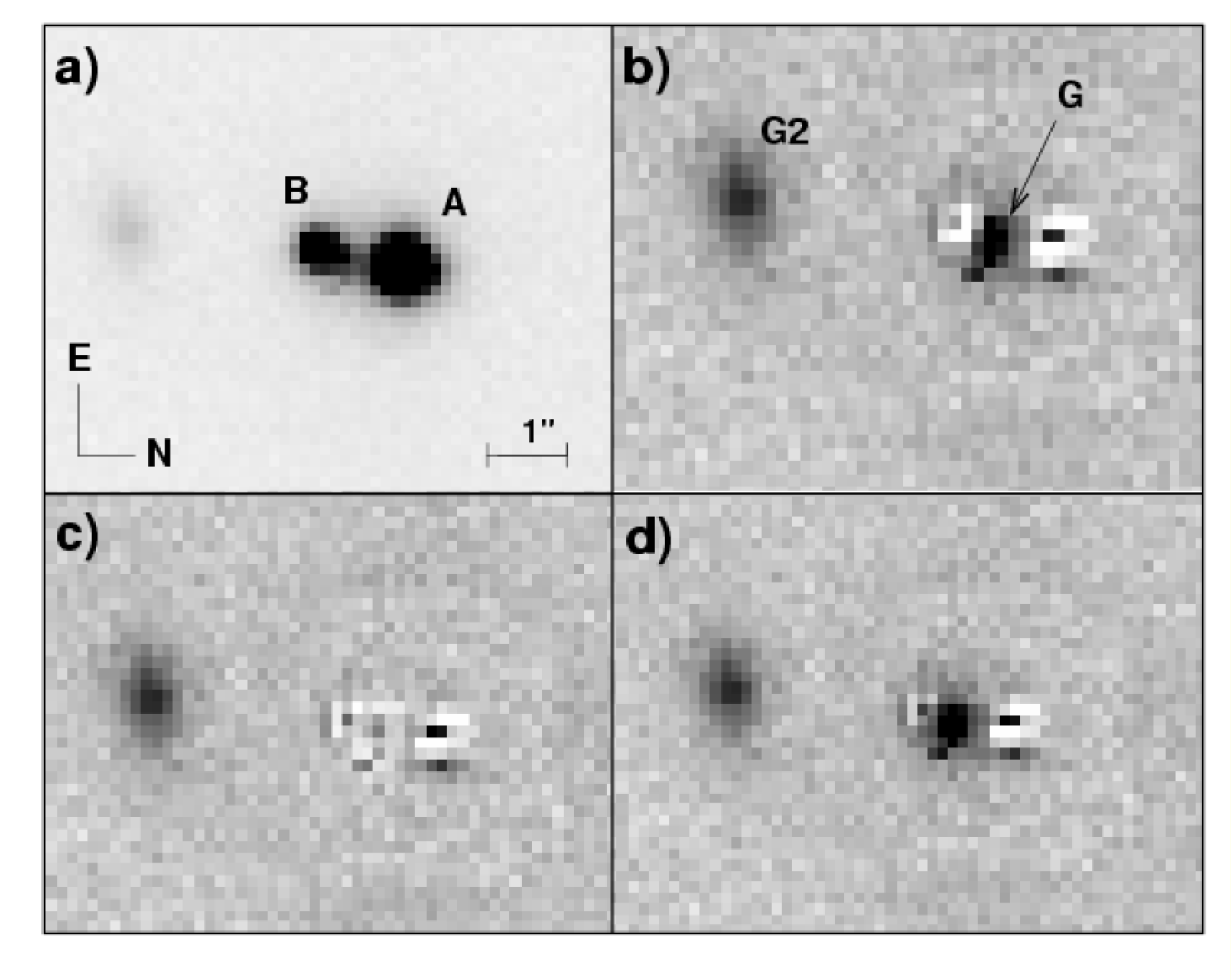
(Krzywa blasku A z roku 1995 przesunięta w czasie i nałożona na dane B z 1996).

[Kundic et al. (1997) ApJ, 482, 75]

QSO 0957+561 A+B

- Obserwacje (opt + VLBI) dają wiele ograniczeń na rozkład masy galaktyki-soczewki; jest on znacząco bardziej skomplikowany od modelu izotermicznej sfery
- Pozwala to określić zależność opóźnień od położenia. Odległość do soczewki łączy pozycje kątowe i odległości w pł. soczewki
- Kundic et al. (1997) otrzymują H_0=64+/-13
- (Problem: wpływ grupy galaktyk)

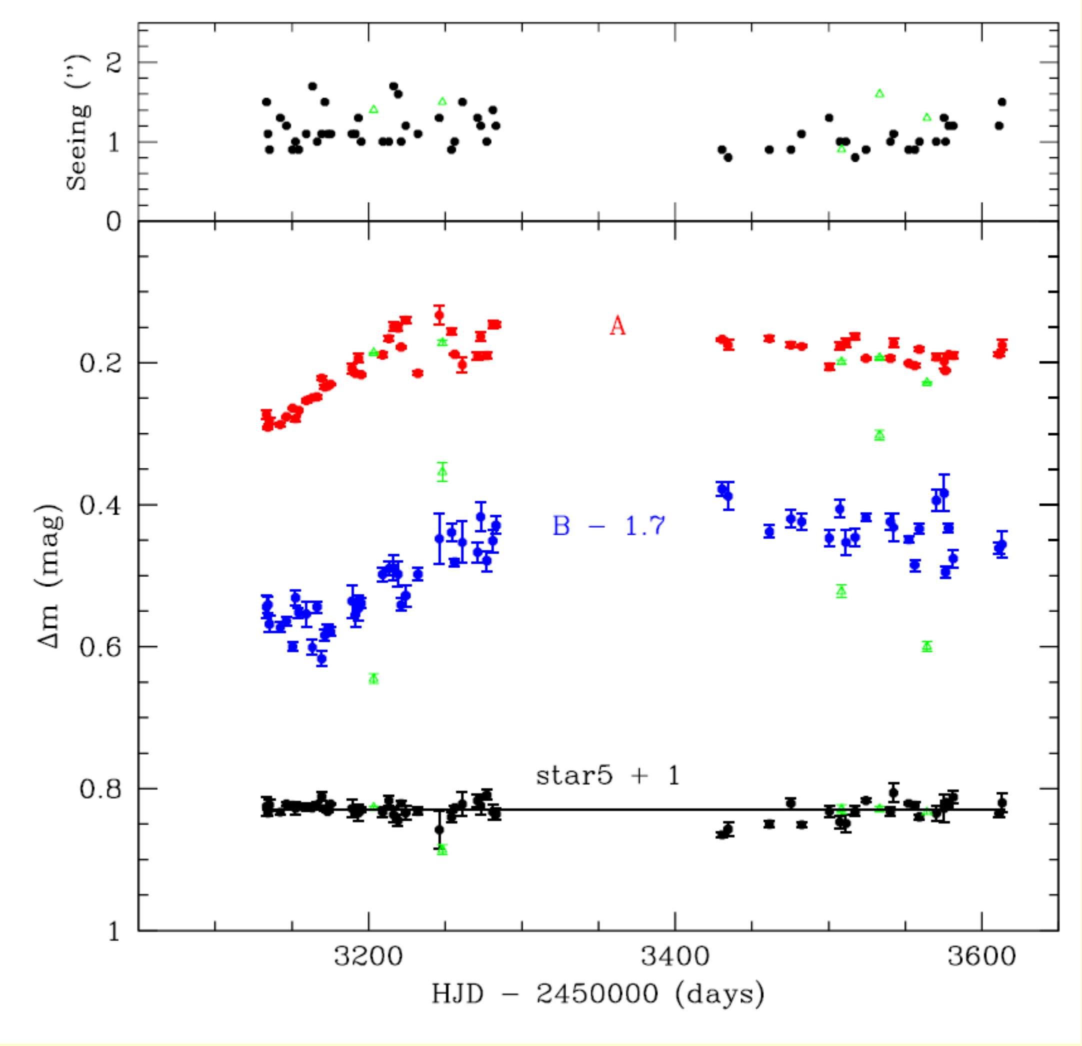
Np: SDSS J1650+4251

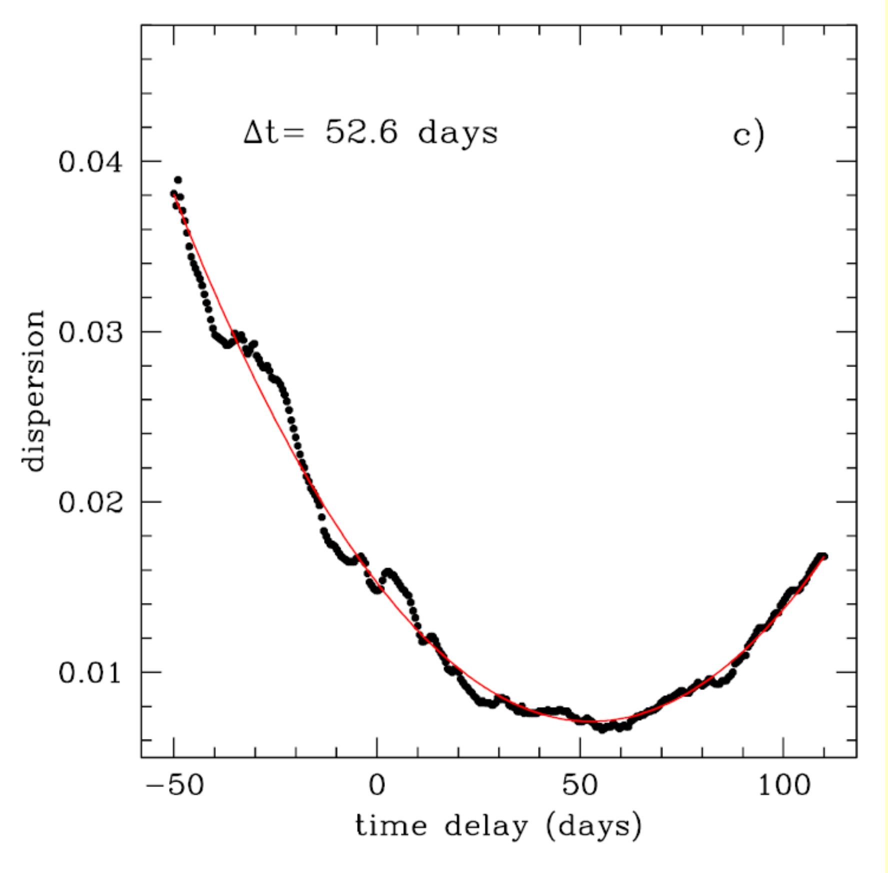


z_L=0.577
z_S=1.547

[Morgan et al. (2003) AJ, 126, 214]

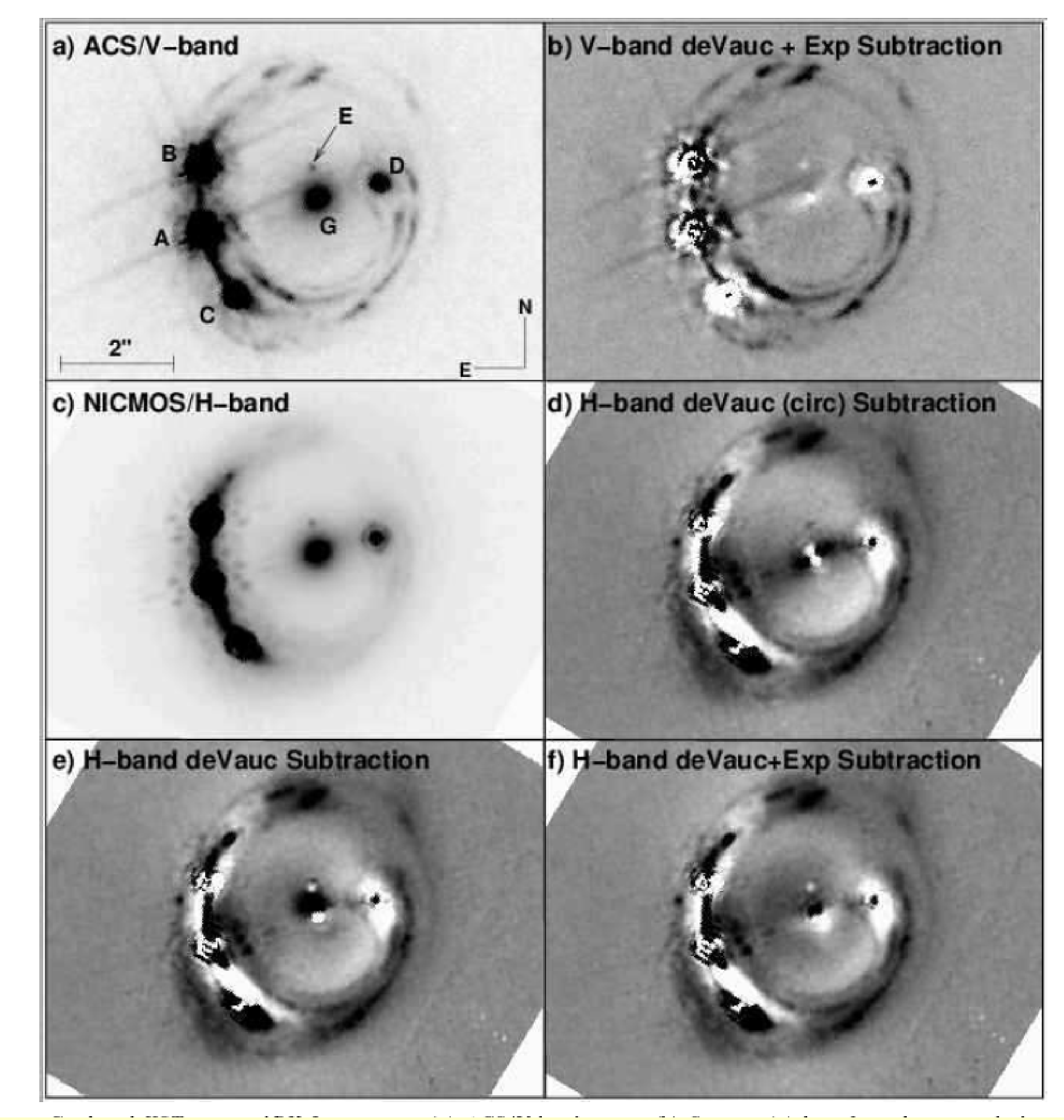
Np: SDSS J1650+4251





[Vuissoz et al. (2006) astro-ph/0606317]

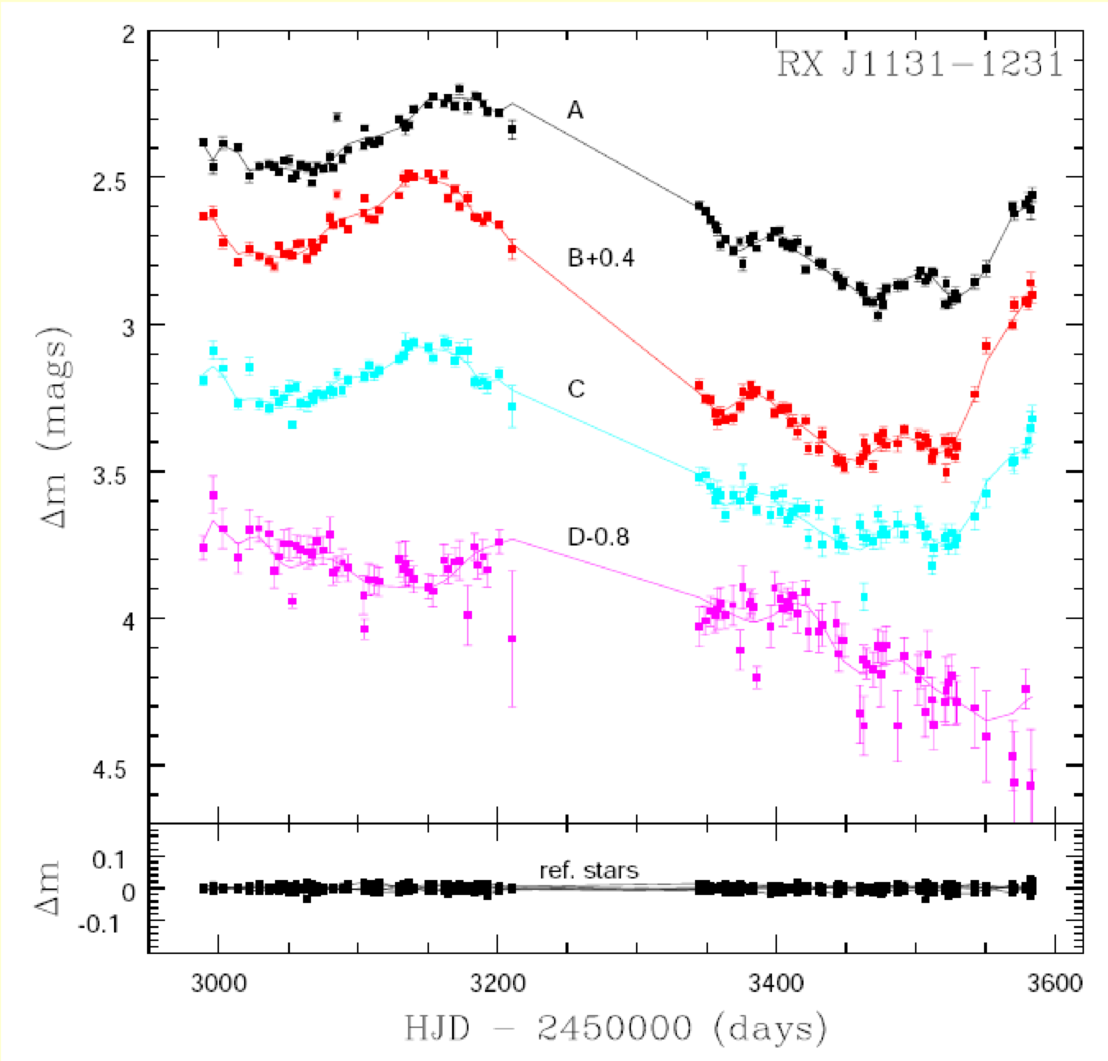
Np: RXJ1131-1231

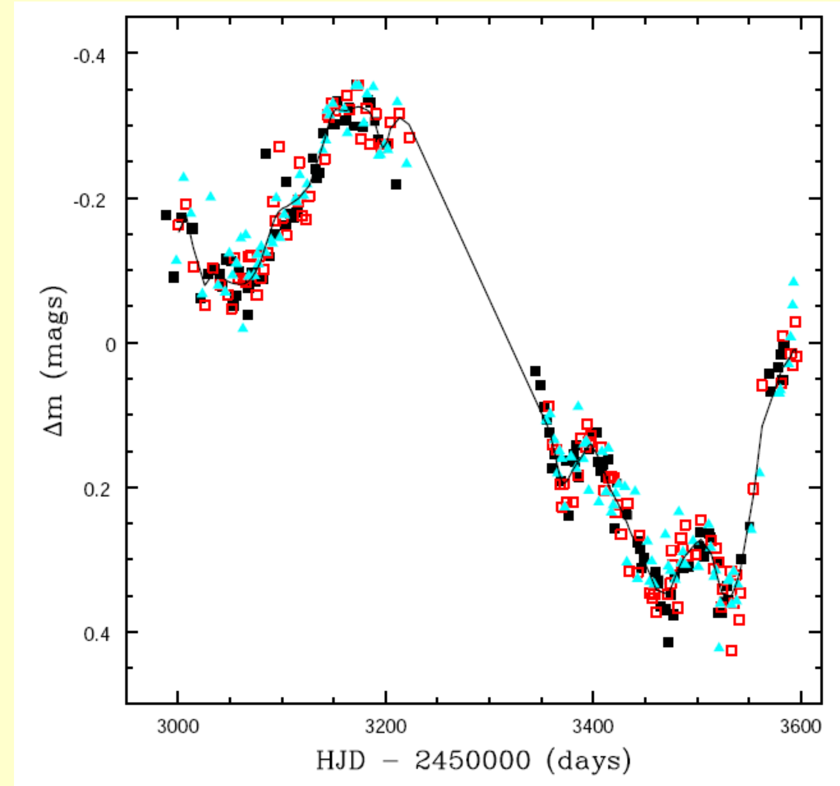


Obrazy HST

[Morgan et al. (2006) astro-ph/0605321]

RXJ1131-1231





Krzywe blasku.
t_A-t_B=11.98d [+1.5-1.27]
t_A-t_C= 9.61d [+1.97-1.57]
t_A-t_D=-87d [+/-13]

[Morgan et al. (2006) astro-ph/0605321]

RXJ1131-1231

TABLE 3
MODEL RESULTS FOR RX J1131−1231

Model	N_{dof}	χ^2	χ^2_{pos}	χ^2_{gal}	χ^2_{del}	b ($''$)	G_x ($''$)	G_y ($''$)	e	θ_e	γ	θ_γ	s ($''$)	τ_{A-B} (days)	τ_{A-C} (days)	τ_{A-D} (days)
SISx	6	538	475	—	63.4	1.86	≡2.032	≡0.586	—	—	0.155	-73.6	—	0.86	0.99	-119
SIEx	4	138	77.2	—	60.8	1.82	≡2.032	≡0.586	0.182	-57.0	0.112	-84.9	—	0.98	1.25	-117
SIEx+	4	74.1	2.9	10.1	61.0	1.83	2.036	0.571	0.162	-59.1	0.113	-82.6	—	0.98	1.23	-117
SIEx+	2	23.8	0.1	0.2	23.5	1.55	2.033	0.585	0.132	-62.6	0.035	81.7	—	5.90	7.88	-80
$\alpha = 1$		—	—	—	—	0.32	-0.049	-0.035	≡ 0	—	—	—	0.16	—	—	—
SIEx+	0	4.7	0.2	0.2	4.3	1.66	2.032	0.586	0.165	-63.4	0.052	87.4	—	12.00	13.78	-85
$\alpha = 0.72$		—	—	—	—	0.27	-0.056	-0.041	≡ 0	—	—	—	≡ 0.2	—	—	—

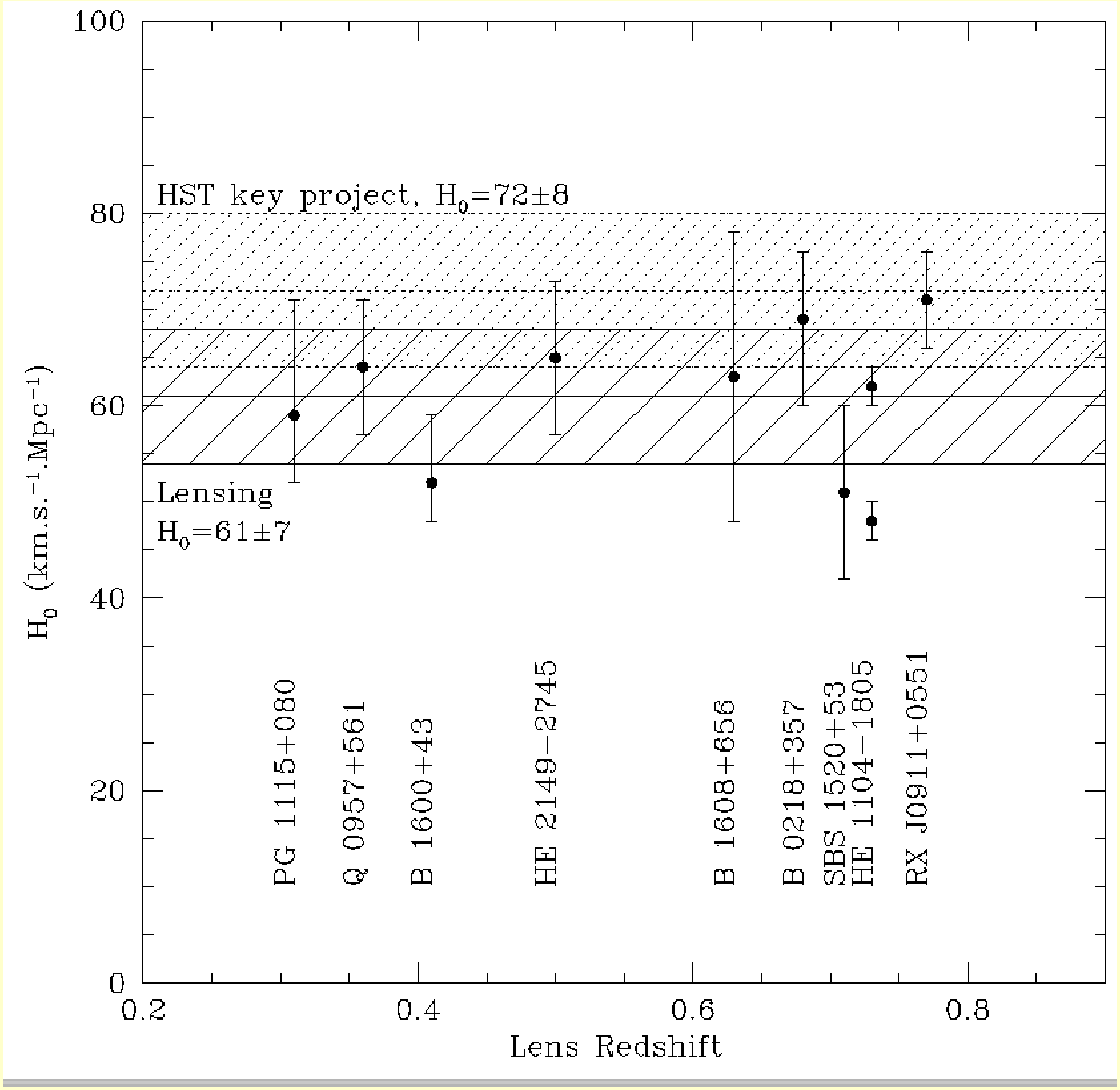
NOTE. — Best-fit model parameters for five models described in the text. For the $\alpha = 1$ and $\alpha = 0.72$ perturber models, the first line gives the model parameters for the primary SIEx+ halo and the second line gives the model parameters for the perturber near image A. All relative positions are measured with respect to image A.

[Mierzone: 11.98 9.61 -87]

(Możliwe ograniczenia parametrów modelu soczewki !!!)

[Morgan et al. (2006) astro-ph/0605321]

Pomiar H_0: zestawienie



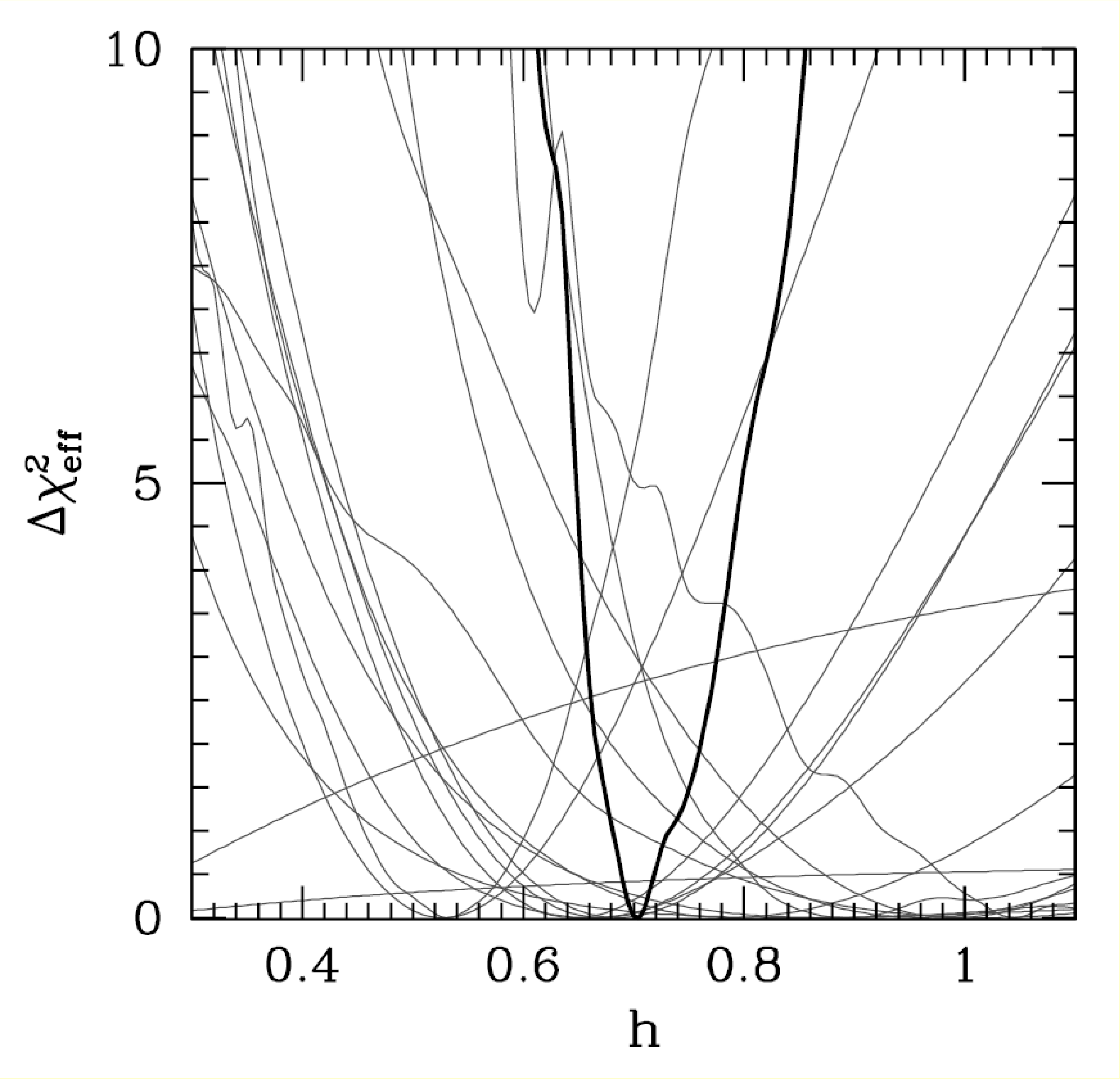
[Schechter (2004) IAU Symp. 225]

Pomiar H_0: metoda

- Obserwacje: opóźnienia, odległości obrazów, pozycje obrazów
- Dopasowania: profil gęstości, eliptyczność
- Symulacje: jaki byłby rozkład względnych położeń obrazów i opóźnień sygnałów dla rozpatrywanego rozkładu eliptyczności i profili?
- Próbka obiektów ==> „najlepsze H_0” + „najlepszy profil gęstości”

[Oguri (2007) ApJ, 660, 1]

Pomiar H_0: zestawienie



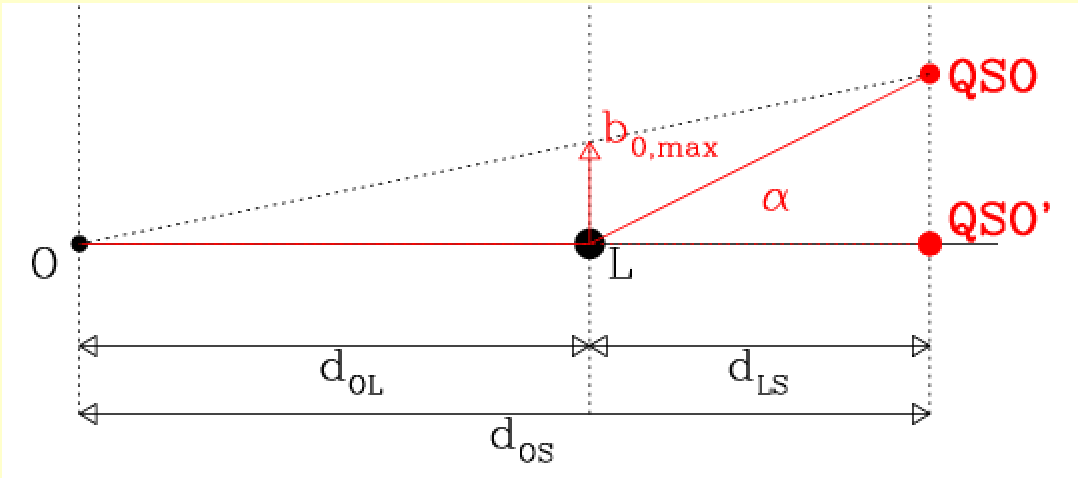
17 QSOs
41 wzgl.opóźnień
H_0=70+/-6 (stat)
=68+/-6+/-8 (syst)

[Oguri (2007) ApJ, 660, 1]

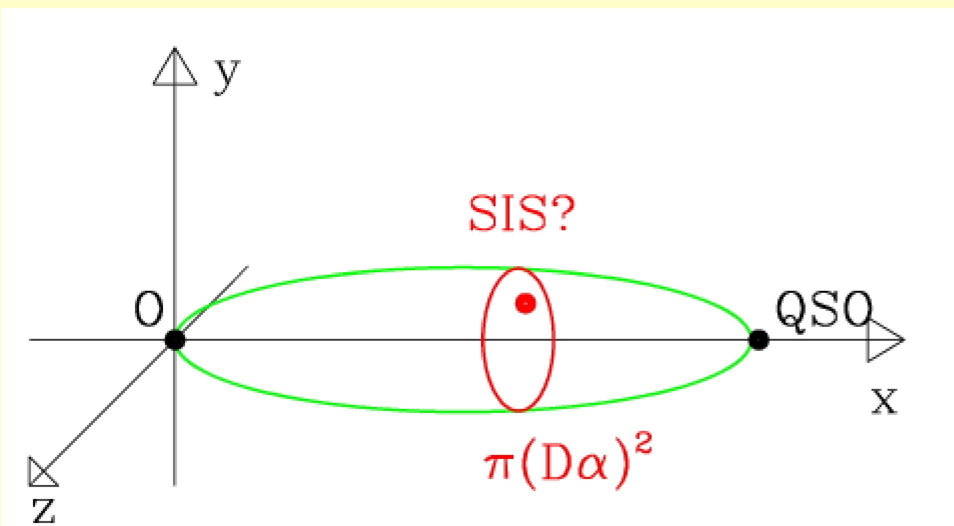
Soczewkowanie QSO a model kosmologiczny

- **Znajomość populacji soczewek ==> możliwość testu kosmologicznego**
- **Soczewki: izotermiczne sfery (SIS)**
- **Rozkład przestrzenny, dyspersje prędkości: obserwacje „lokalnych” galaktyk**

Idealizacja: SIS jako soczewki

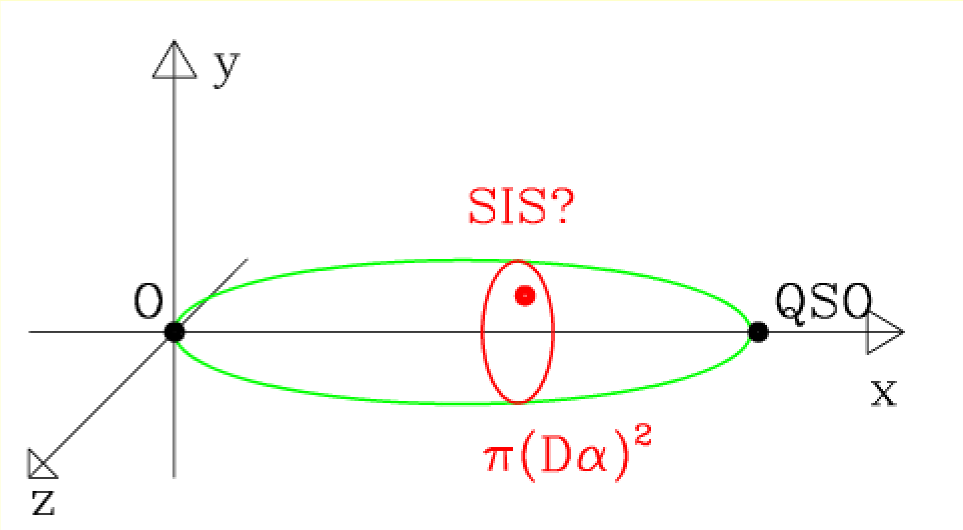


$$b_{0,max} = \frac{d_{OL}}{d_{OS}} \cdot d_{LS}\alpha \equiv D\alpha$$



$$P_{mult} = \int dV\ n_L$$

Prawdopodobieństwo soczewkowania przez SIS



$$P_{mult} = \int_0^\infty d\sigma \int_0^{z_S} dz \frac{dct}{dz} n_L(z,\sigma)\pi (D\alpha)^2$$

$$\approx \int_0^\infty d\sigma\, n_L(0,\sigma) \int_0^{z_S} dz \frac{dct}{dz} (1+z)^3 \pi (D\alpha)^2$$

$$= \int_0^\infty d\sigma n_L(\sigma) \left(4\pi \frac{\sigma^2}{c^2}\right)^2 \int_0^{z_S} dz \frac{dct}{dz} (1+z)^3 \pi D^2$$

$$= \frac{16\pi^3}{c^4} \int_0^\infty d\sigma\, n_L(\sigma)\sigma^4 \int_0^{z_S} dz \frac{dct}{dz} (1+z)^3 D^2$$

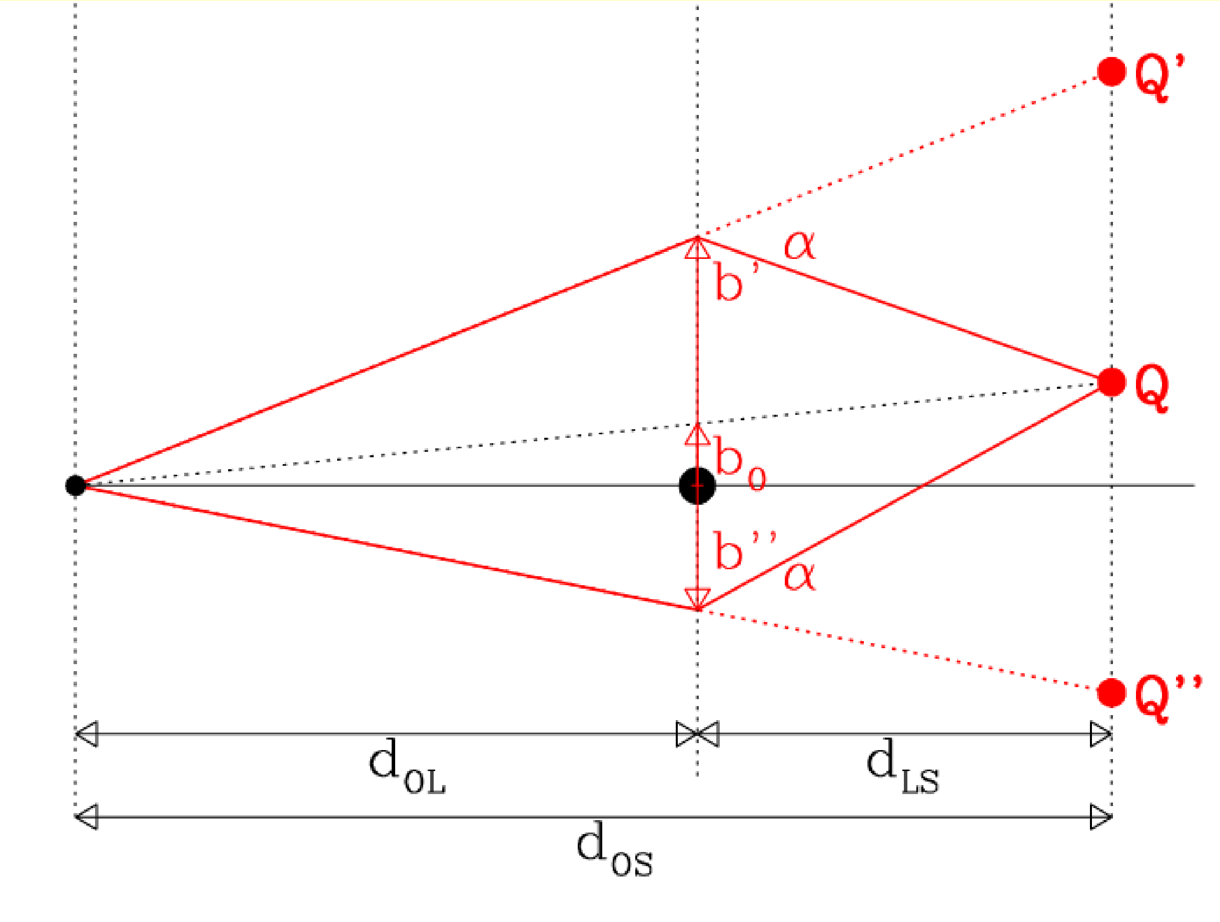
SIS: test kosmologiczny

$$P_{mult}(z_S) \approx \frac{16\pi^3 < \sigma^4 >}{c^4} n_L \int_0^{z_S} dz\, (1+z)^3 \underbrace{\frac{dct}{dz} D^2}_{model-dep}$$

$$< N_{observ} >= \sum_{i=1}^{N_{QSO}} P_{mult}(z_i)$$

Porównanie oczekiwanej liczby QSO w próbce z obserwowaną pozwala (w zasadzie) ocenić parametry modelu kosmologicznego

SIS: separacja obrazów



Separacja zależy od kąta ugięcia (<--> dyspersji prędkości) i wzajemnych odległości.

$$\theta = \frac{|Q'Q''|}{d_{OS}} = \frac{2\alpha d_{LS}}{d_{OS}} = 2\left(4\pi\frac{\sigma^2}{c^2}\right)\frac{d_{LS}}{d_{OS}}$$

SIS: separacja obrazów

$$D\alpha = \frac{d_{OL}d_{LS}}{d_{OS}} \cdot \frac{\theta}{2}\frac{d_{OS}}{d_{LS}} = \frac{\theta}{2}d_{OL}$$

$$P = \int_0^\infty d\theta \int_0^{z_S} dz \frac{dct}{dz}(1+z)^3 n_L(\sigma(\theta,z))\frac{d\sigma}{d\theta}\frac{\pi}{4}d_{OL}^2\theta^2$$

$$P(z_S,\theta) = \frac{\pi}{4}\int_0^{z_S} dz \frac{dct}{dz}(1+z)^3 n_L(\sigma(\theta,z))\frac{d\sigma}{d\theta}d_{OL}^2\theta^2$$

$$< N_{observ}(\theta) > = \sum_{i=1}^{N_{QSO}} P(z_i,\theta)$$

Porównanie rozkładu separacji obrazów w próbce z obserwowaną pozwala (w zasadzie) ocenić parametry modelu kosmologicznego

SIS: obserwowana populacja

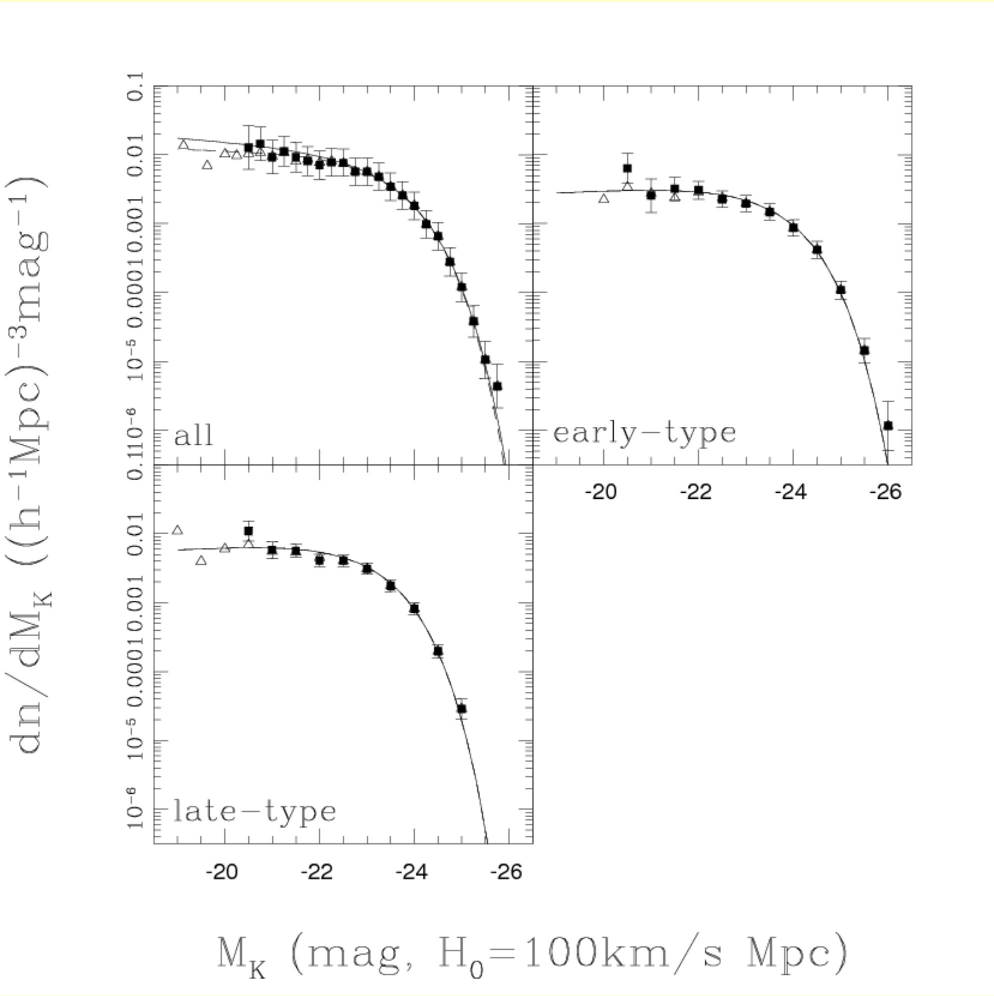
Podejście tradycyjne: f-ja świecenia + F-J:

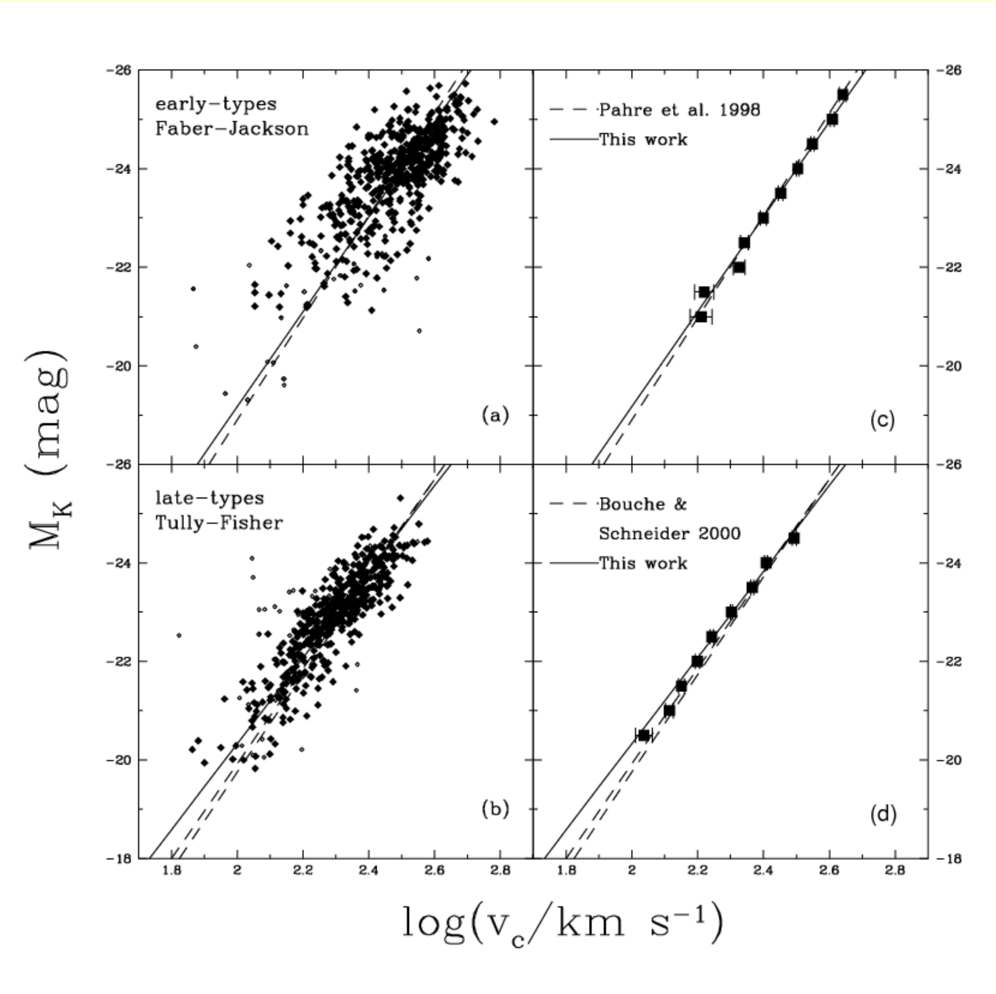
$$n(L) = \frac{n_0}{L^*}\left(\frac{L}{L^*}\right)^{-\beta} \exp\left(-\frac{L}{L^*}\right)$$

$$L = L^*\left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{\gamma}$$

$$n(\sigma) = \frac{\gamma n_0}{\sigma^*}\left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{\gamma-1-\beta\gamma} \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^{\gamma}\right)$$

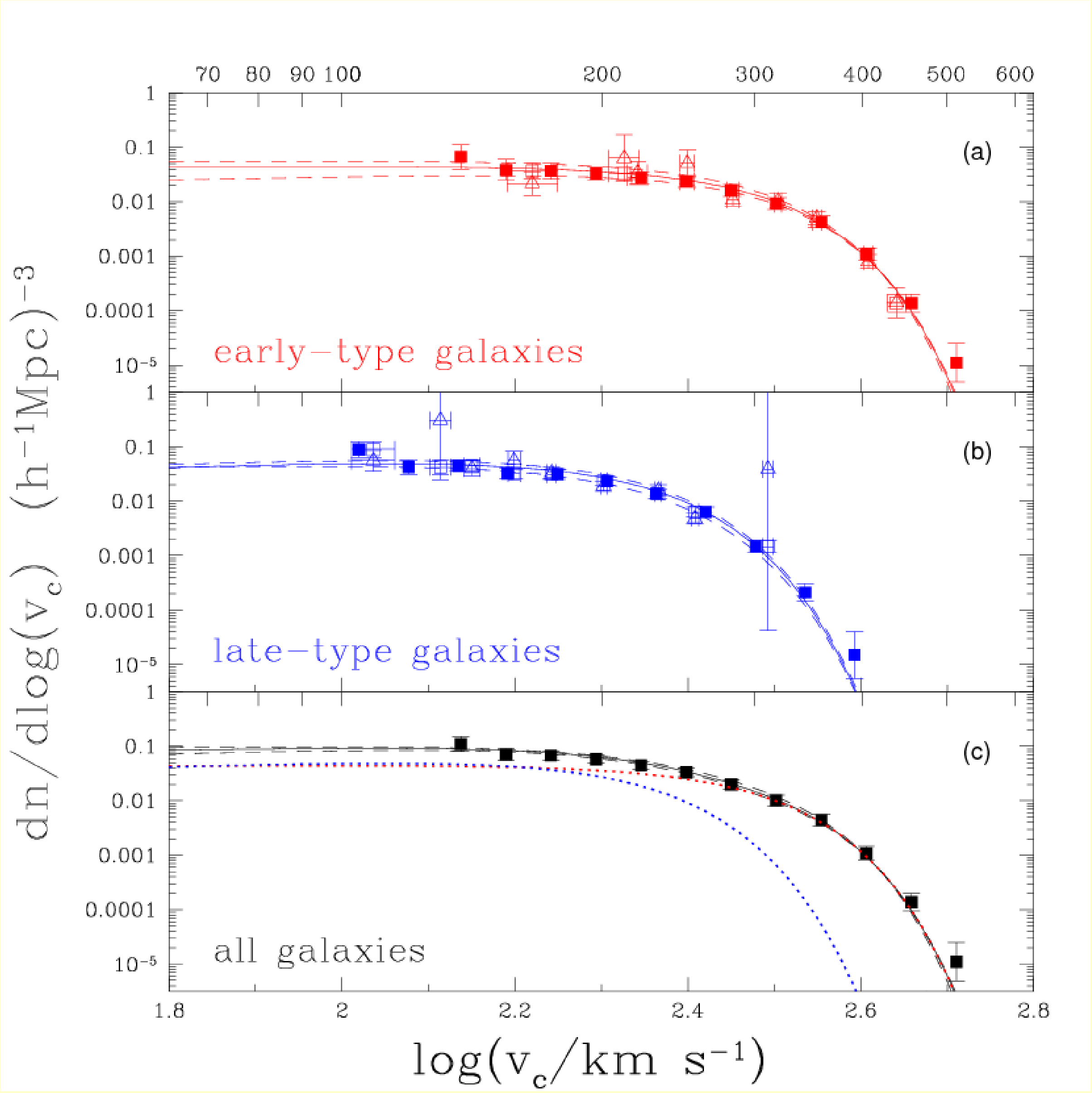
Populacja soczewek





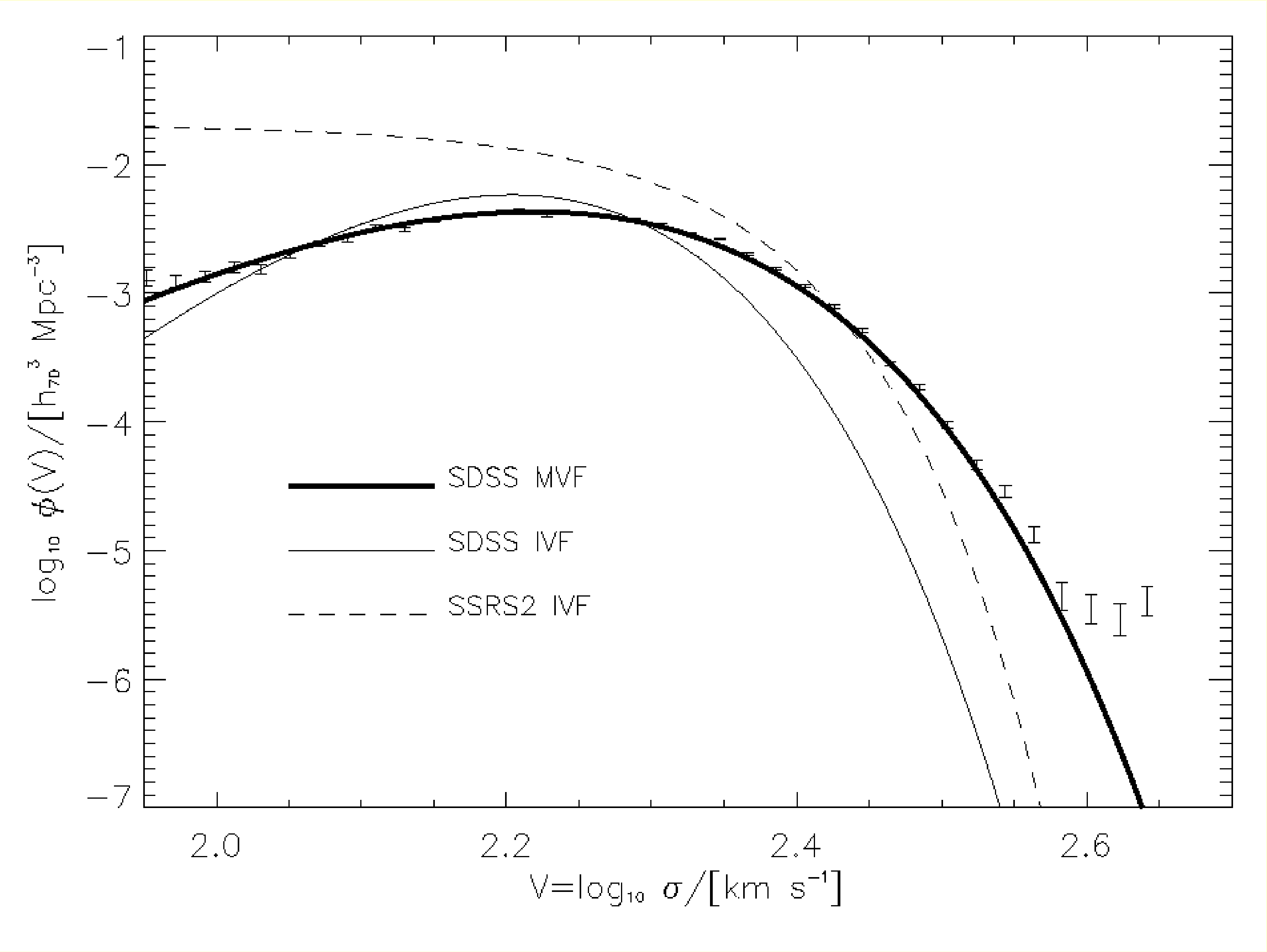
LF + F-J. [wg Kochanek (2004) SAAS lectures]

Populacja soczewek



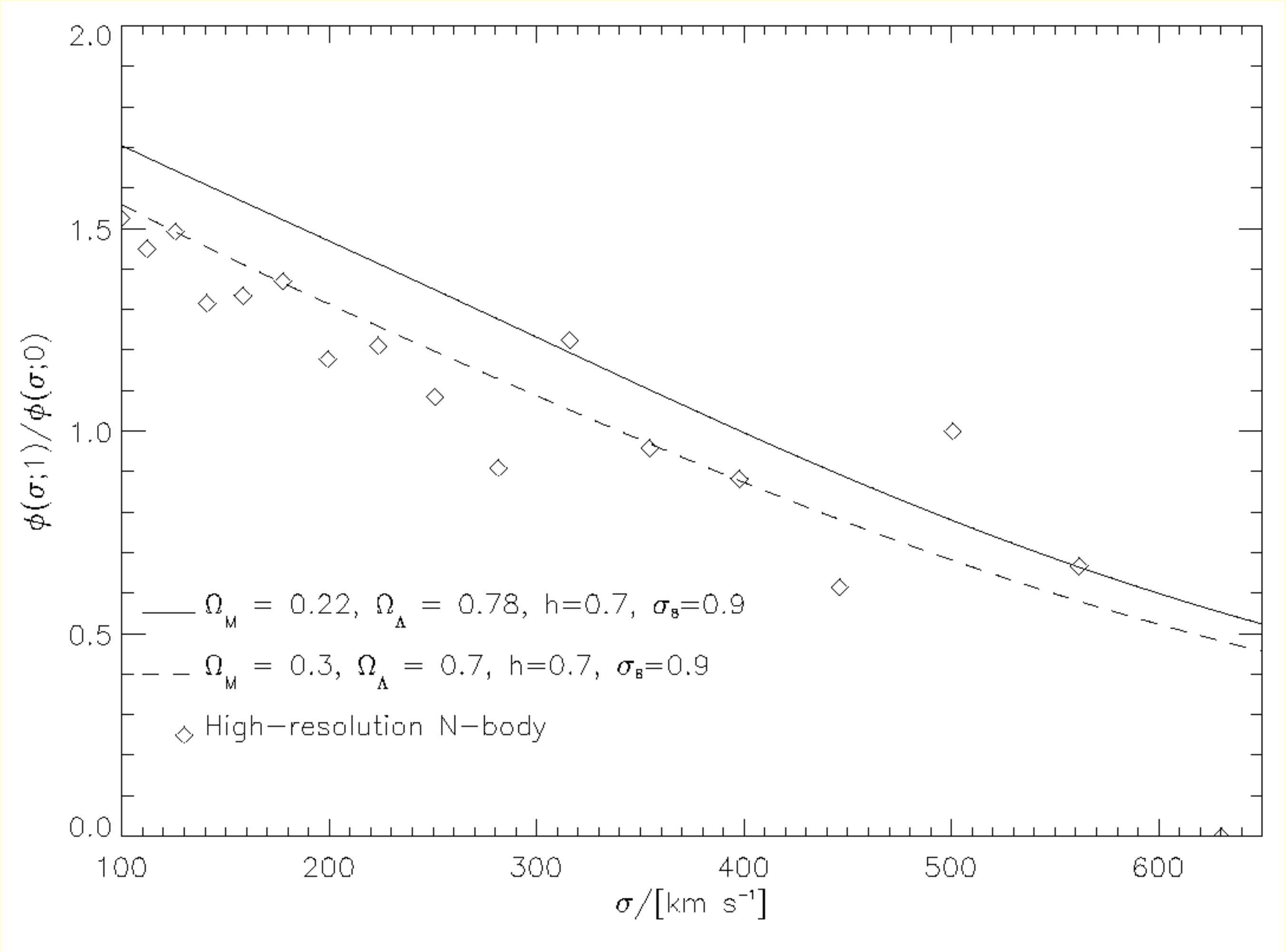
LF + F-J. --> n(v) **[wg Kochanek (2004) SAAS lectures]**

Populacja soczewek



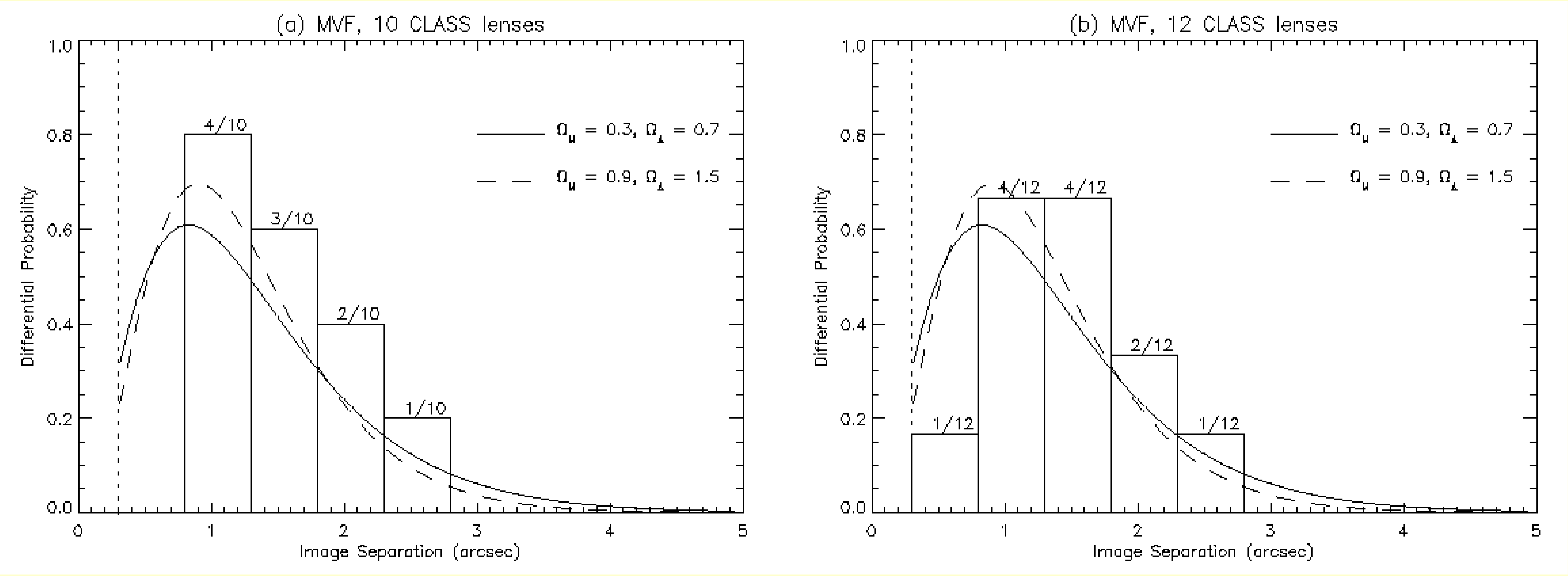
30 000 E/S0 gal. SDSS --> n(v) [wg Mitchell et al. (2005) ApJ, 622, 81]

Populacja soczewek



Symulacje: próby określenia ewolucji rozkładu prędkości
[wg Mitchell et al. (2005) ApJ, 622, 81]

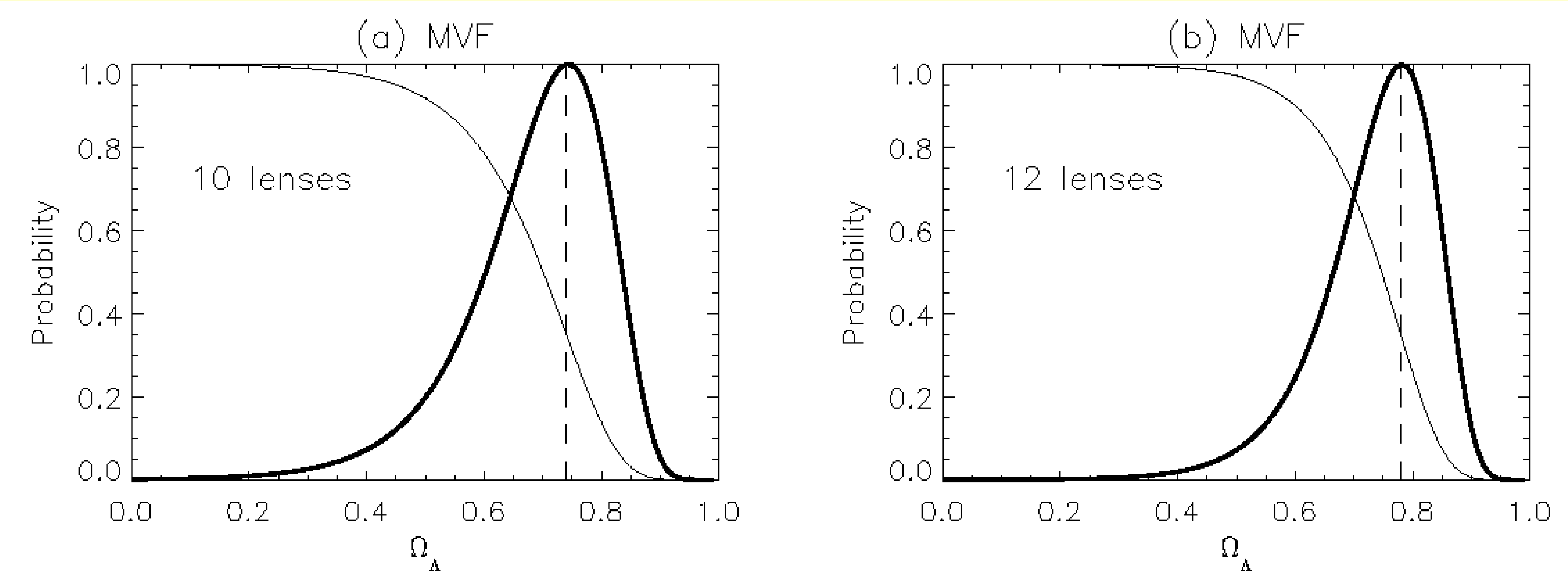
Obserwacje: rozkład separacji obrazów



Rozkład separacji obrazów dla 10/12 soczewek próbki CLASS. Teoretyczne przewidywania oparte na 2 różnych modelach kosmologicznych oraz właściwościach populacji galaktyk-soczewek opartych na obserwacjach SDSS.

[wg Mitchell et al. (2005) ApJ, 622, 81]

Statystyka: parametry kosmologiczne



W którym, spośród płaskich modeli kosmologicznych, rozkład separacji obrazów i liczba QSO o wielokrotnych obrazach najlepiej zgadza się z obserwacjami?
[wg Mitchell et al. (2005) ApJ, 622, 81]

Wielokrotne obrazy QSO a testy kosmologiczne

- **Problem 1: galaktyki to nie SIS**
- **Problem 2: ewolucja też bardziej skomplikowana**
- **Istnieją obecnie bardziej „precyzyjne” testy kosmologiczne, ale omawiane tutaj były powodem szerszego zainteresowania modelami ze stałą kosmologiczną (~1990-2000).**