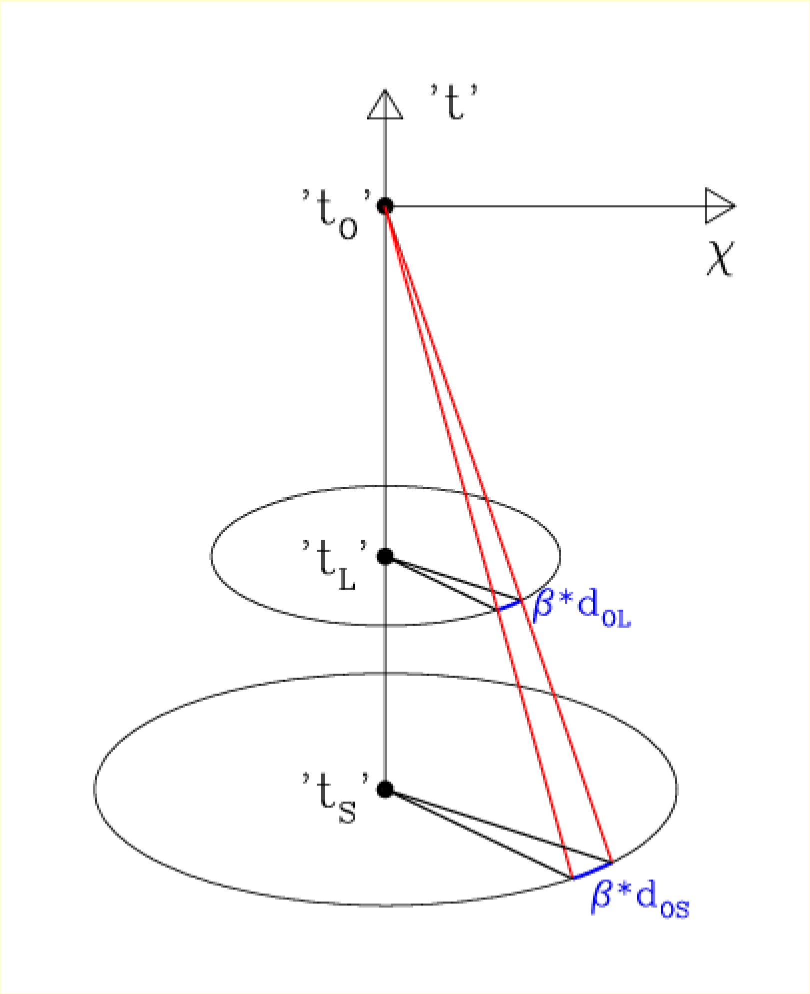
Soczewkowanie 7

- Propagacja światła w niejednorodnym Wszechświecie
- Słabe soczewkowanie

W modelu kosmologicznym [jednorodnym]



$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)\left(d\chi^2 + S^2(\chi)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)\right)$$

$$S(\chi) \stackrel{def}{=} \begin{cases} \sin(\chi) & k = +1 \\ \chi & k = 0 \\ \sinh(\chi) & k = -1 \end{cases}$$

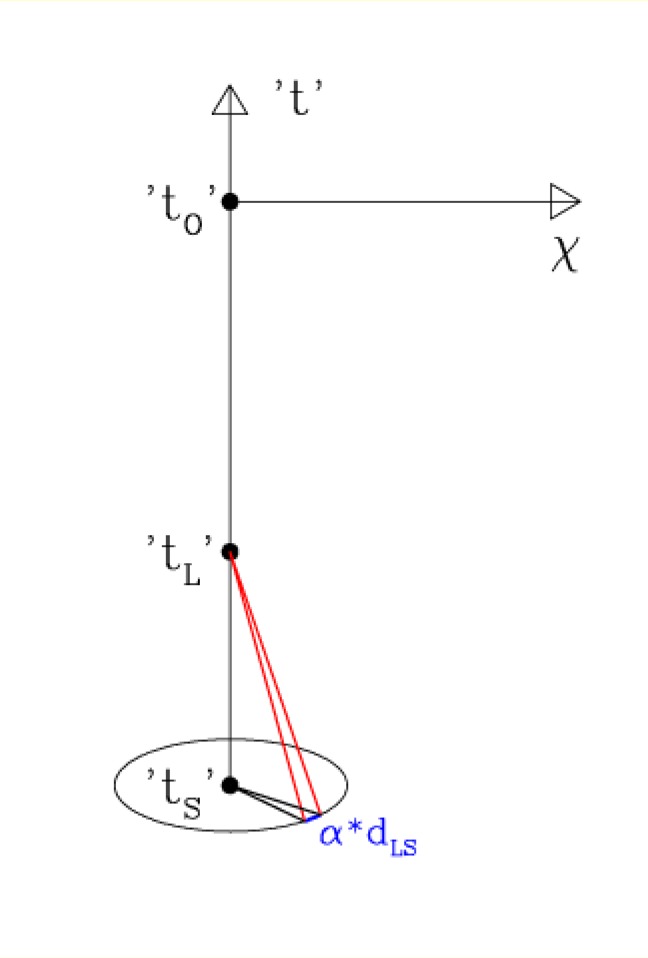
$$ds = 0 \quad \Rightarrow \quad \chi_{OL} \stackrel{def}{=} \int_{t_L}^{t_O} \frac{cdt}{a(t)} \quad \chi_{OS} \stackrel{def}{=} \int_{t_S}^{t_O} \frac{cdt}{a(t)}$$

$$\beta \cdot d_{OL} = \beta \cdot a(t_L)S(\chi_{OL}) \equiv \beta \cdot \frac{a(t_O)}{1+z_L}S(\chi_{OL})$$

$$\beta \cdot d_{OS} = \beta \cdot a(t_S)S(\chi_{OS}) \equiv \beta \cdot \frac{a(t_O)}{1+z_S}S(\chi_{OS})$$

$$\Rightarrow \quad d_{OL} = \frac{a_O}{1+z_L}S(\chi_{OL}) \quad d_{OS} = \frac{a_O}{1+z_S}S(\chi_{OS})$$

W modelu kosmologicznym [jednorodnym]



$$\chi_{LS} \stackrel{def}{=} \int_{t_S}^{t_L} \frac{cdt}{a(t)} \qquad [= \chi_{OS} - \chi_{OL}]$$

$$\alpha \cdot d_{LS} = \alpha \cdot a(t_S) S(\chi_{LS}) \equiv \alpha \cdot \frac{a(t_O)}{1+z_S} S(\chi_{LS})$$

$$\Rightarrow \quad d_{LS} = \frac{a_O}{1+z_S} S(\chi_{LS}) \qquad [\neq d_{OS} - d_{OL}]$$

$$\Rightarrow \quad D \stackrel{def}{=} \frac{d_{OL} d_{LS}}{d_{OS}} = \frac{a_O}{1+z_L} \frac{S(\chi_{OL}) S(\chi_{LS})}{S(\chi_{OS})}$$

W modelu kosmologicznym [ogólniej]

$$\mathsf{N}: \quad x^i = x^i(t) \quad p^i = \frac{dx^i}{dt}$$

$$\mathsf{STW}: \quad x^a = x^a(s) \quad p_a = m_0 g_{ab} \frac{dx^b}{ds}$$

$$E \sim p_0 \sim \frac{dct}{ds}$$

$$\mathsf{OTW}: \quad x^a = x^a(s) \quad p_a = m_0 g_{ab}(x^a) \frac{dx^b}{ds}$$

$$E \sim p_0 \sim g_{00}(x^a) \frac{dct}{ds}$$

Trajektorie cząstek można parametryzować dowolnie, ale użycie [absolutnego] czasu w mechanice Newtona, albo [niezmienniczego] interwału w STW i OTW jest wyróżnione: w naturalny sposób prowadzi do definicji pędu i energii cząstki.

W modelu kosmologicznym [ogólniej]

$$\text{fotony}: \quad x^a = x^a(v) \quad k_a = g_{ab}(x^a)\frac{dx^b}{dv}$$

$$E \sim k_0 \sim g_{00}(x^a)\frac{dct}{dv} \quad [v' = Av + B]$$

$$\left|\frac{dct}{dv}\right| = 1 + z \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{dz} = \frac{dv}{dct} \cdot \frac{dct}{dz} = \frac{1}{1+z} \cdot \left|\frac{dct}{dz}\right|$$

$$\frac{dv}{dz} = \frac{1}{(1+z)^2} \cdot \frac{c/H_0}{\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_K(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}}$$

Na stożku świetlnym interwał znika, potrzeba więc innego parametru. Jeśli żądać, by zachodziła proporcjonalność zerowej składowej czterowektora falowego do energii fotonu, otrzymujemy definicję parametru afinicznego z dokładnością do przekształcenia liniowego. [Dokonujemy „wygodnego" wyboru.]

W czasoprzestrzeni [ogólnie]

$$\Theta \stackrel{def}{=} \frac{1}{2} k^a_{;a} \quad [\leftrightarrow \quad \nabla \vec{v}]$$

Skalar ekspansji wiązki (def)

$$\sigma_{ab} \stackrel{def}{=} \frac{1}{2}(k_{a;b} + k_{b;a} - \frac{1}{2}\Theta g_{ab})$$

tensor ścinania (def)

$$\sigma^2 \stackrel{def}{=} \frac{1}{2}\sigma_{ab}\sigma^{ab}$$

skalar ścinania (def)

Równania na skalary optyczne
(<==>równania Sachsa 1961)

$$\frac{d}{dv}\Theta = -\Theta^2 - \sigma^2 - \frac{1}{2}R_{ab}k^a k^b$$

$$\frac{d}{dv}\sigma = -2\Theta\sigma - \frac{1}{2}C_{abcd}\epsilon^{*a}k^b\epsilon^{*c}k^d$$

C_abcd – tensor Weyla; ten człon
związany jest z siłami przypływowymi

W czasoprzestrzeni [szczególny przypadek]

$$C_{abcd} \approx 0 \quad \sigma \approx 0$$

$$\Theta \stackrel{def}{=} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\mathcal{A}}\frac{d\mathcal{A}}{dv}\right) \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathcal{A}}}\frac{d\sqrt{\mathcal{A}}}{dv}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\Theta}{dv} + \Theta^2 \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathcal{A}}}\frac{d^2}{dv^2}\sqrt{\mathcal{A}}\right)$$

$$\mathcal{A} \stackrel{def}{=} \delta\Omega \cdot \mathcal{D}^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\frac{d^2\mathcal{D}}{dv^2} + \frac{1}{2}\left(R_{ab}k^a k^b\right)\mathcal{D} = 0$$

Np: Wszechświat izotropowy [średnio]

(podstawienie)

(konsekwencja)

(interpretacja; definicja odległości)

Pierwsze przybliżenie: pomijamy ścinanie wiązki i wpływ asymetrii przestrzeni. Podstawienie pozwala zmienić formę równania. Ekspansja wiązki ma związek ze zmianami jej poprzecznego przekroju – stąd wyrażenie go poprzez kąt bryłowy i odległość. Można TO uważać za jej DEF.

Wszechświat [„średnio”] jednorodny i izotropowy

$$R_{ab}k^a k^b = \frac{4\pi G}{c^4}(\epsilon + P)(1+z)^2$$

==> Lambda nieważne

$$\frac{d^2}{dv^2}\mathcal{D} + \frac{3/2}{(c/H_0)^2}\Omega^{(in)}(1+z)^5\mathcal{D} = 0$$

ogólne równanie

$$k = 0,\ \Omega_M = 1,\ \Omega^{(in)} = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\mathcal{D} = \frac{2c/H_0}{1+z}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right)$$

„pełna” wiązka <===> model jednorodny

$$k = 0,\ \Omega_M = 1,\ \Omega^{(in)} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\mathcal{D} = \frac{2}{5}c/H_0\left(1 - \frac{1}{(1+z)^{5/2}}\right)$$

„pusta” wiązka

Słabe soczewkowanie

- obraz zdeformowany
- topologicznie nie zmieniony
- Np: gromady galaktyk

Algorytm Kaisera i Squiresa

$$\left|\left|A_{ij}\right|\right| = ||1 - \psi, ij||$$

$$= \left|\left| \begin{array}{cc} 1-\kappa-\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1-\kappa+\gamma_1 \end{array} \right|\right|$$

$$\kappa = \frac{1}{2}(\psi_{,11} + \psi_{,22})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}(\psi_{,11} - \psi_{,22})$$

$$\gamma_2 = \psi_{,12}$$

====>

$$\tilde{\kappa}(\mathsf{k}) = -\frac{1}{2}(k_1^2 + k_2^2)\tilde{\psi}(\mathsf{k})$$

$$\tilde{\gamma}_1(\mathsf{k}) = -\frac{1}{2}(k_1^2 - k_2^2)\tilde{\psi}(\mathsf{k})$$

$$\tilde{\gamma}_2(\mathsf{k}) = -k_1 k_2 \tilde{\psi}(\mathsf{k})$$

$$\tilde{\kappa} = \frac{(k_1^2 - k_2^2)\tilde{\gamma}_1 + 2k_1 k_2 \tilde{\gamma}_2}{k_1^2 + k_2^2}$$

Pomiar ścinania + odwrotna transformata --> rozkład gestości

Algorytm Kaisera i Squiresa

Eliptycznosc:

$$\epsilon \equiv \epsilon_1 + i\epsilon_2 \equiv \frac{1-r}{1+r} e^{2i\phi}$$

gdzie $r \equiv b/a$ oraz ϕ - kat pozycyjny.

Slabe soczewkowanie:

$$< \epsilon >= \left\langle \frac{\gamma_1 + i\gamma_2}{1-\kappa} \right\rangle \approx \gamma_1 + i\gamma_2$$

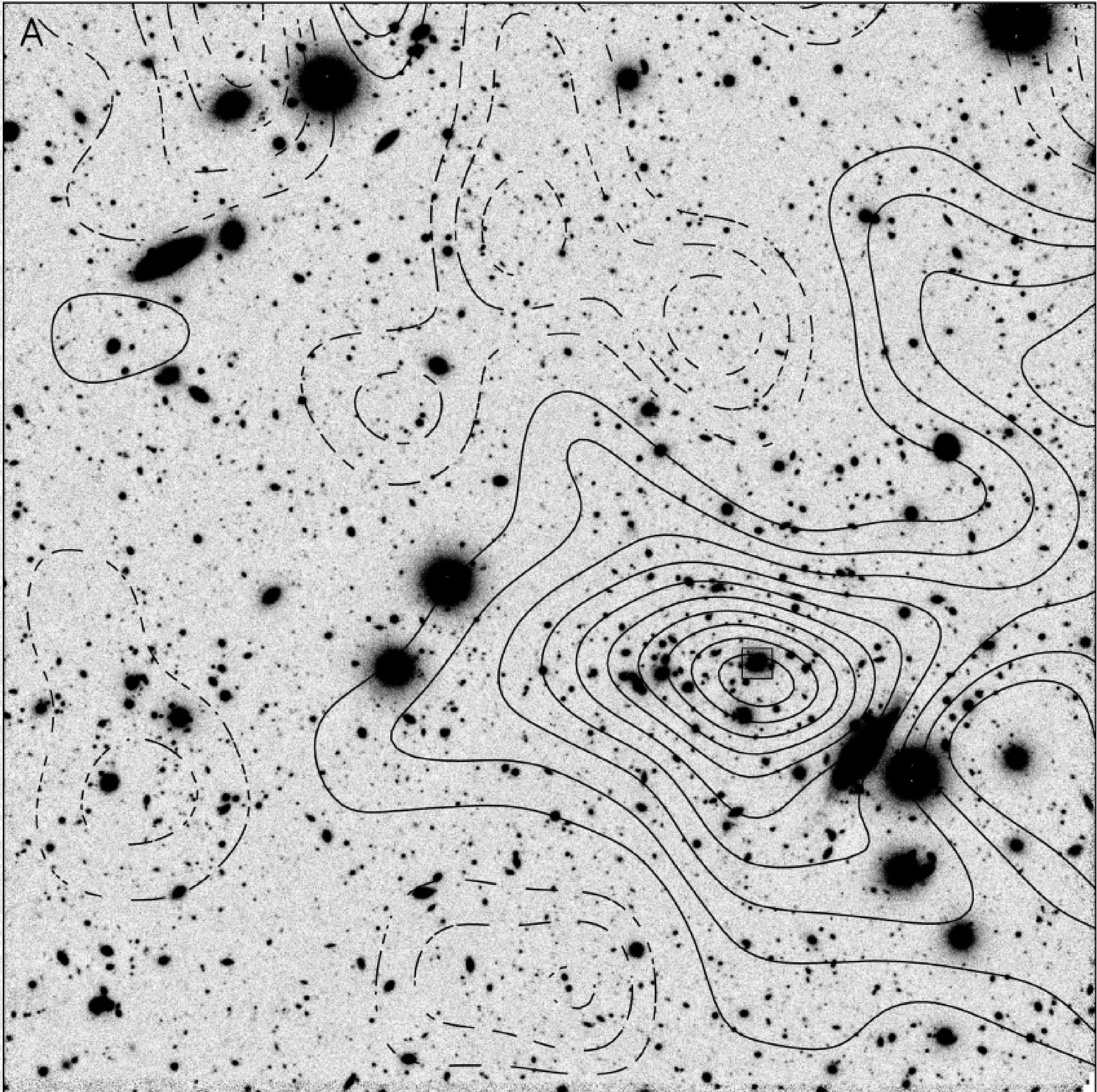
Pomiar eliptycznosci --> transformata --> transformata odwrotna --> rozklad masy

TRUDNE lecz WYKONYWALNE

CL J1059.2 -1253

z_cl=0.457
<z_bg>=0.97

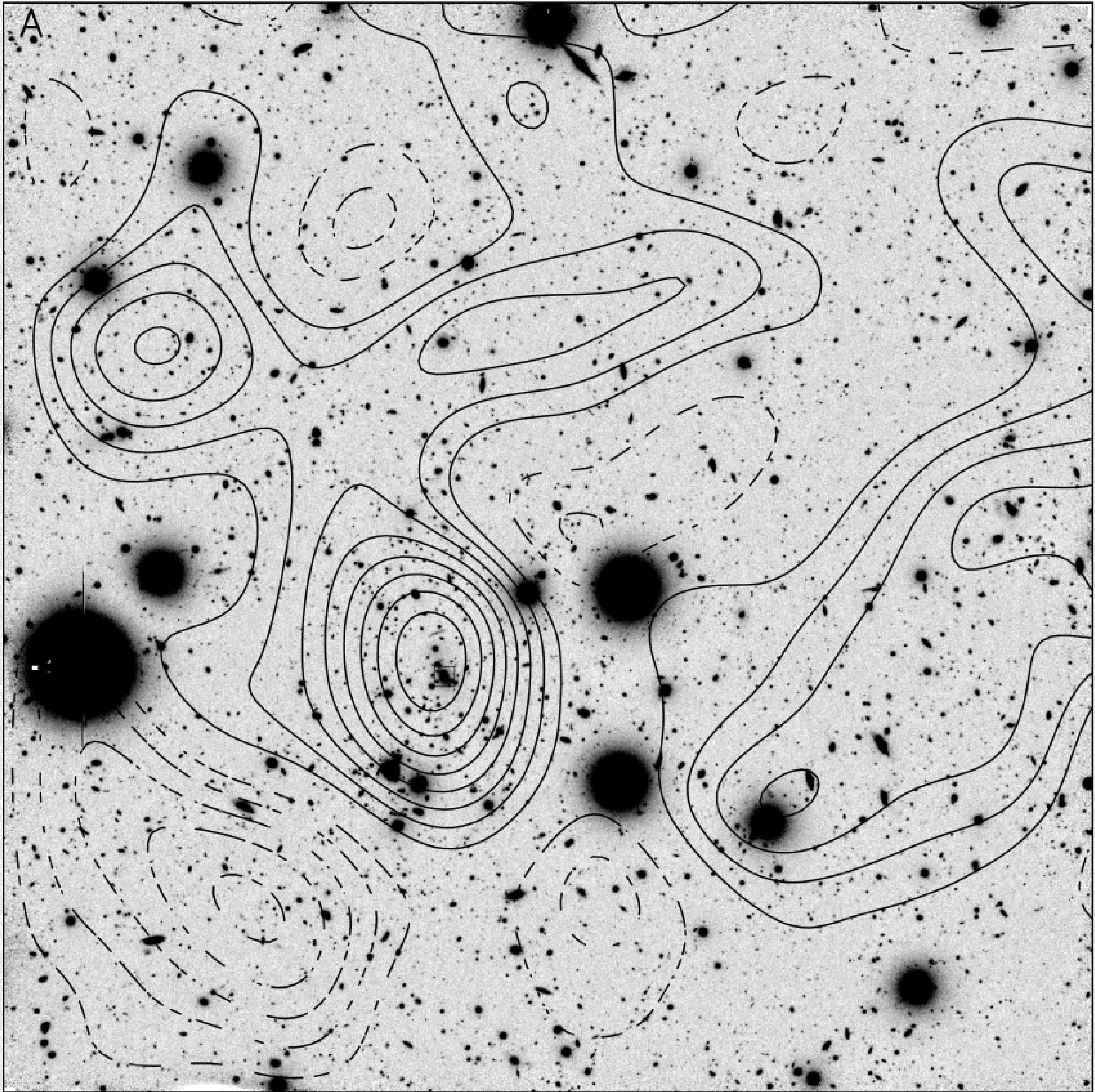
Clowe et al. (2006)
A&A, 451, 395



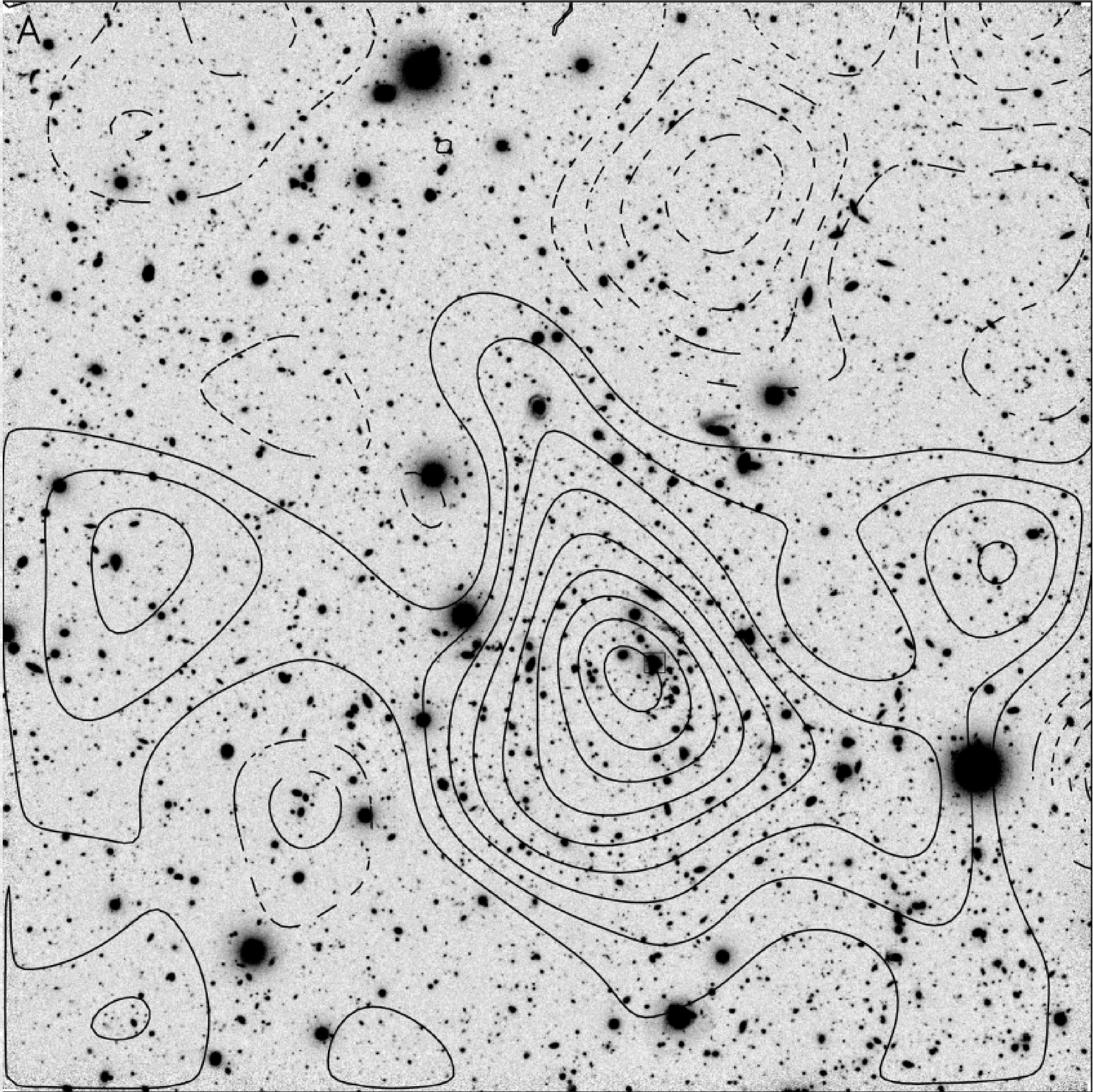
CL J1054.7 -1245

z_cl=0.750
<z_bg>=1.22

Clowe et al. (2006)
A&A, 451, 395



CL J1216.8 -1201

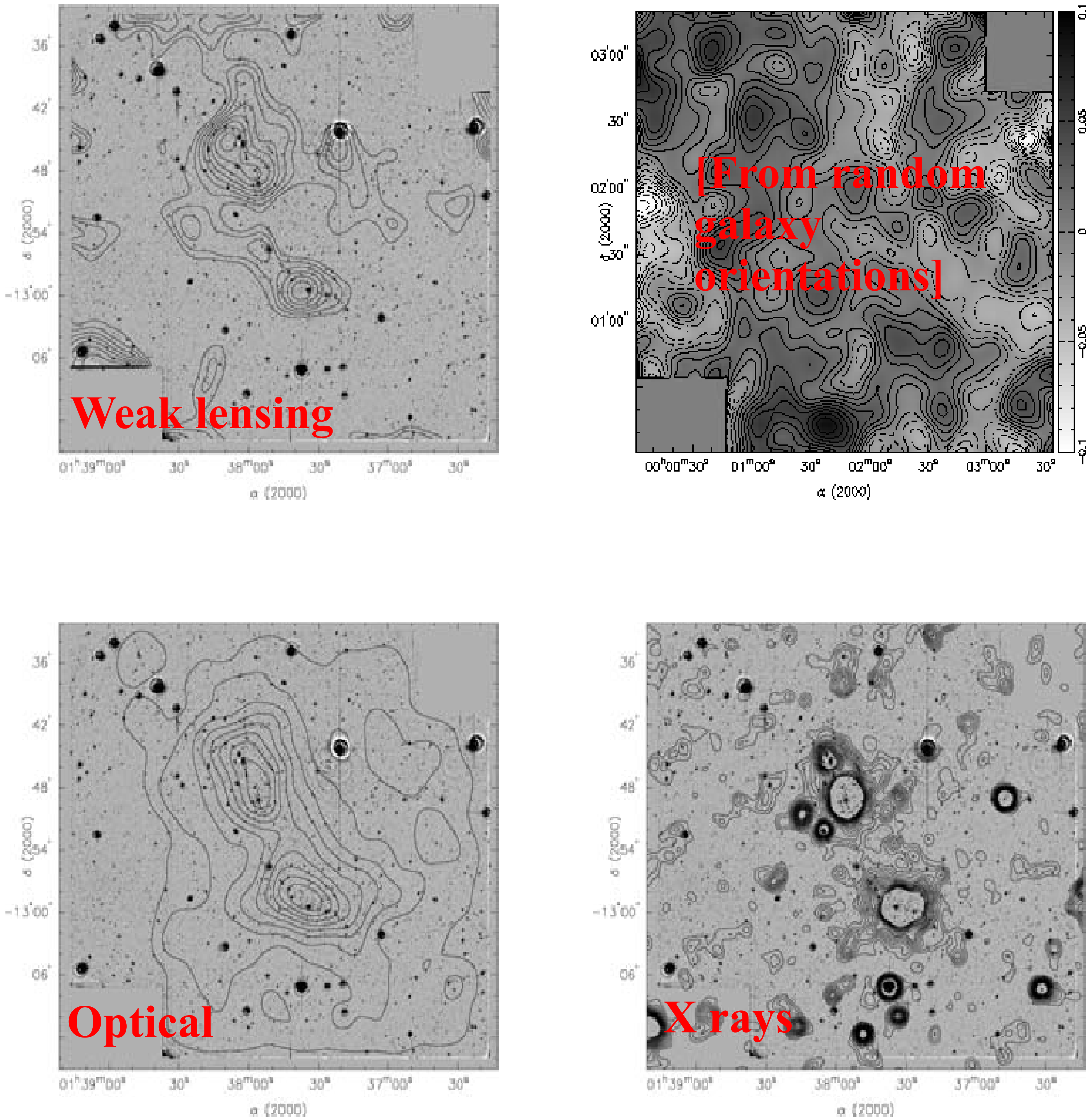


z_cl=0.794
<z_bg>=1.25

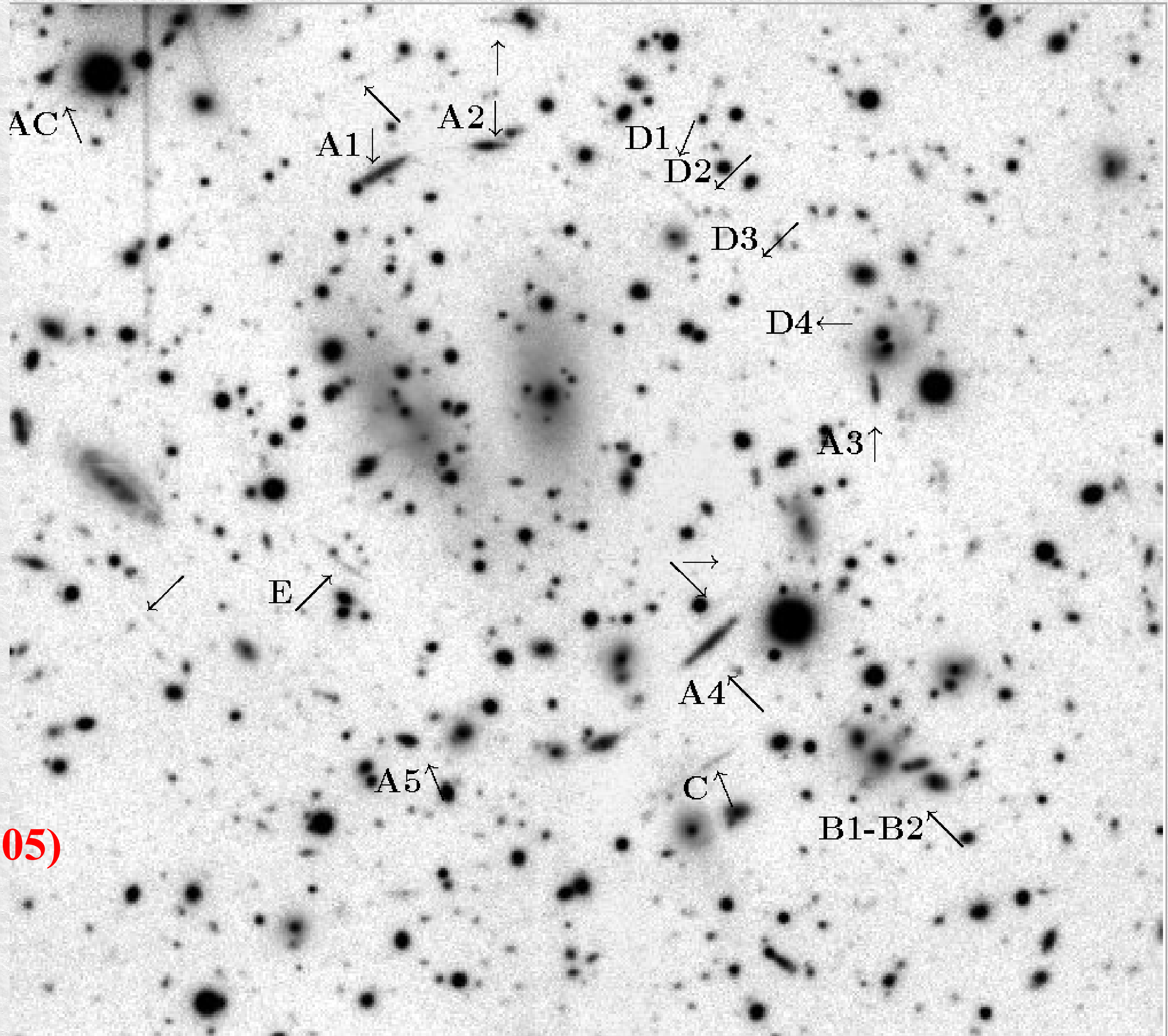
Clowe et al. (2006)
A&A, 451, 395

A222
i A223

z_222=z_223=0.21



RX J1347.5-1145 (silne + słabe)

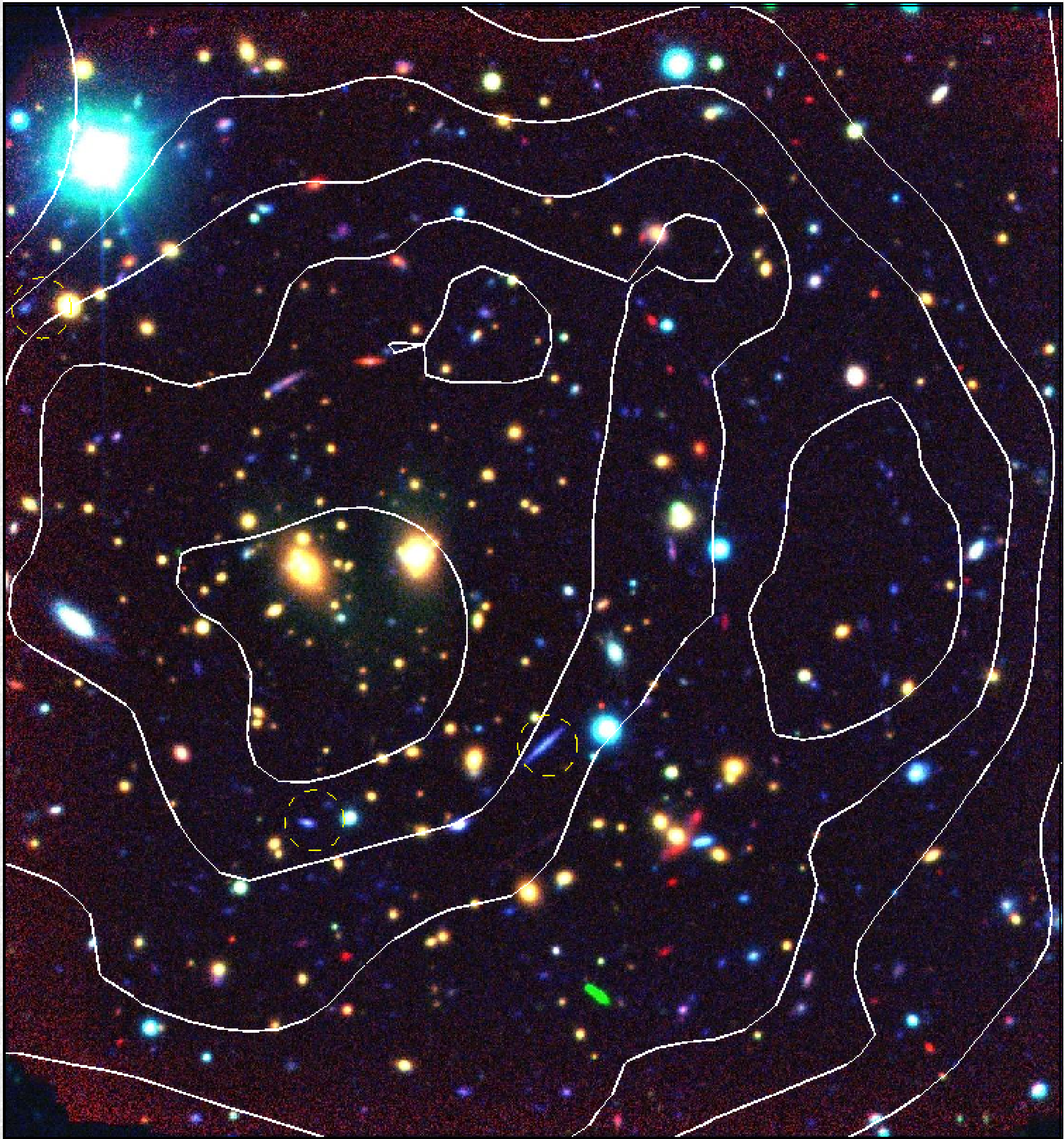


z=0.451

A,B,C,D,E – fragmenty łuków

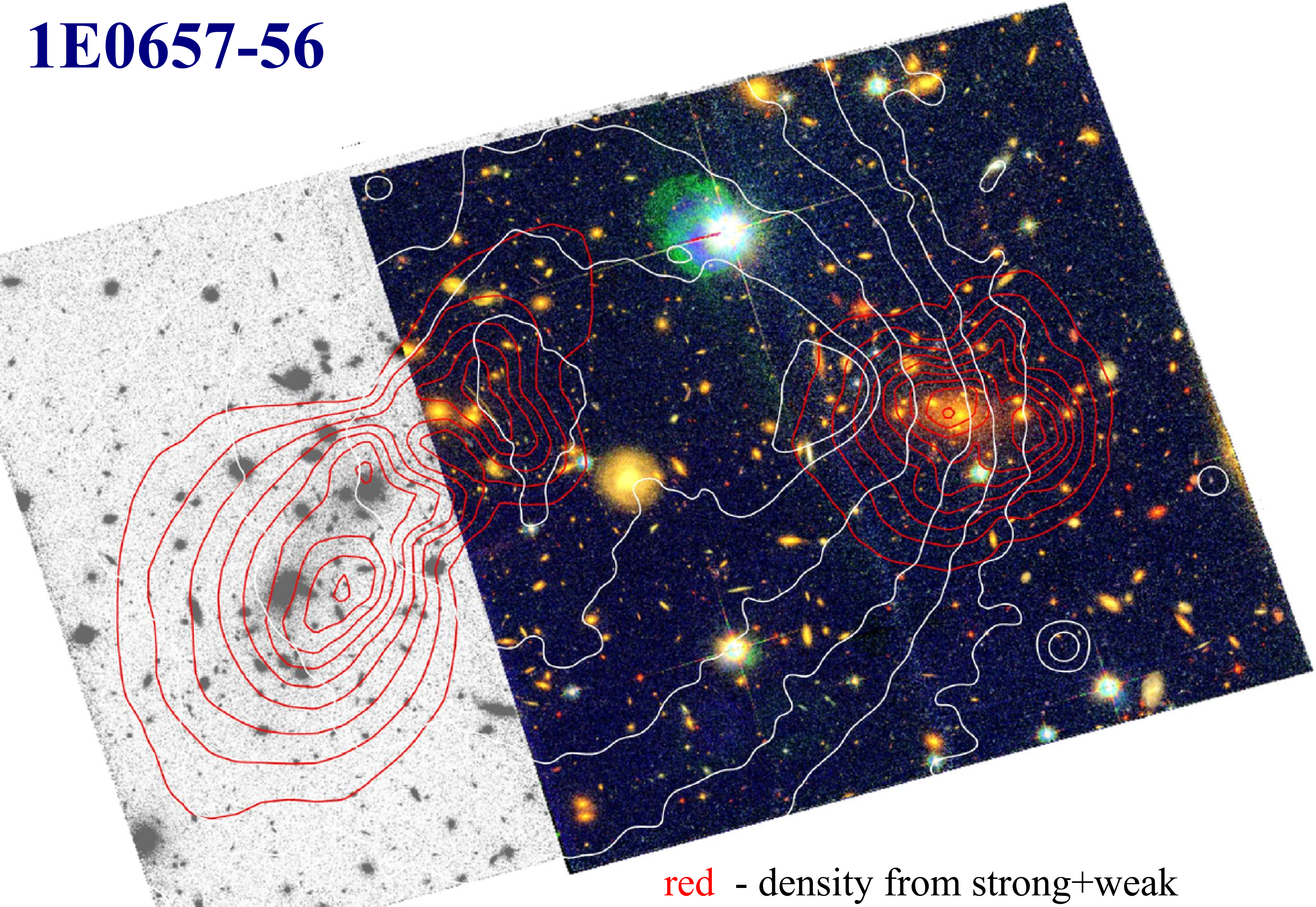
[Bradac et al. (2005) A&A, 437, 39]

RX J1347.5-1145



M(<360kpc)=
1.2x10^15 M_sun

1E0657-56



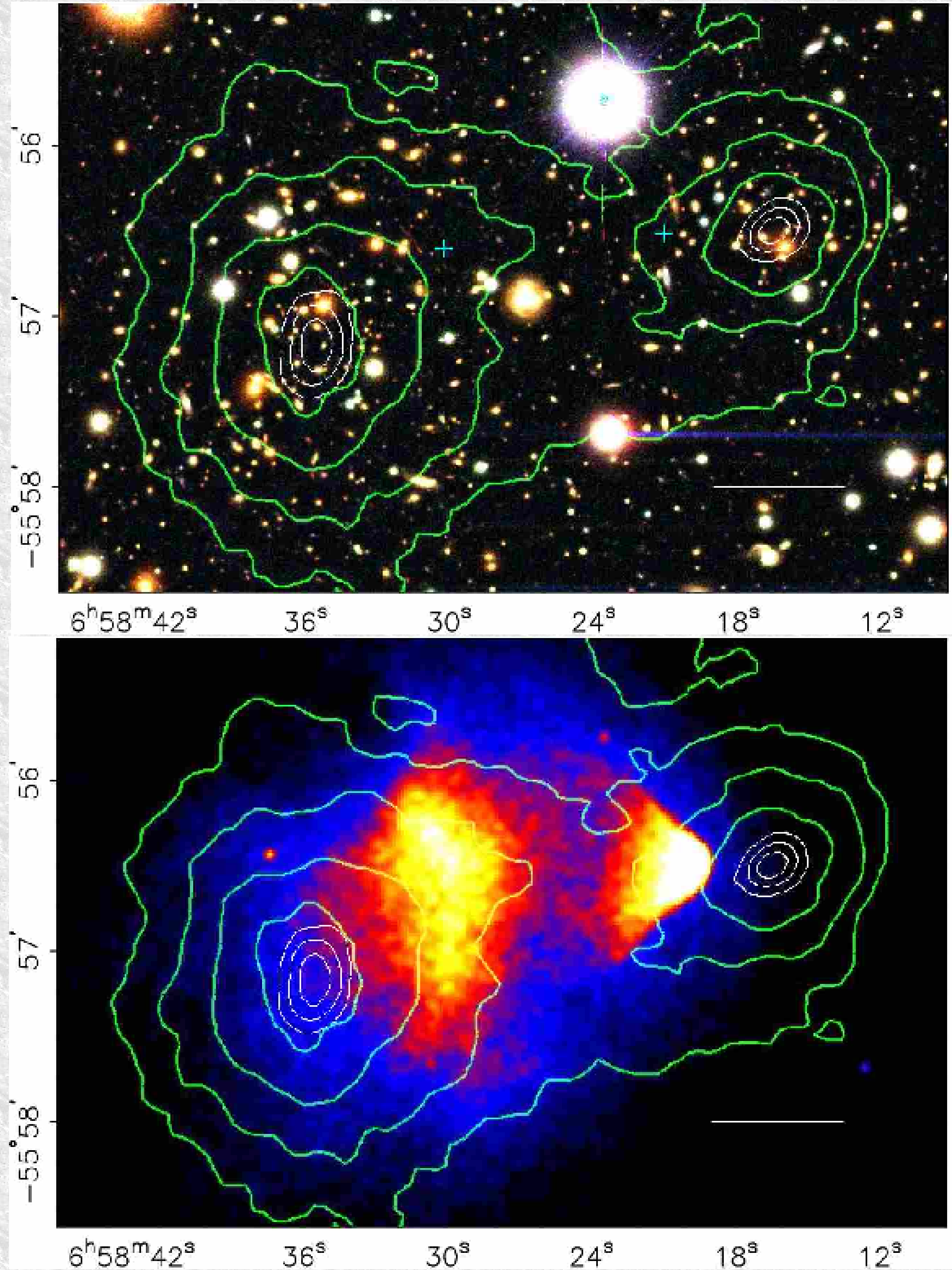
Bradac et al (2006) ApJ 652, 937

red - density from strong+weak
white – X rays (Chandra)

1E0657-56

density from strong+weak

colours – X rays (Chandra)



Clowe et al (2006) ApJ 648, L109

Wszechświat słabą soczewką

Macierz deformacji otrzymujemy przez uśrednienie wzdłuż linii widzenia drugich pochodnych Newtonowskiego potencjału

$$A_{ij} \equiv \delta_{ij} - \psi_{,ij}$$

$$\psi_{,ij} = \frac{2}{c^2} \int_0^{z_s} \frac{d_{OL} d_{LS}}{d_{OS}} \Phi_{,ij} \frac{dct}{dz_L} dz_L$$

$$\kappa = \frac{1}{2}(\psi_{,11} + \psi_{,22}) \quad \gamma_1 = \frac{1}{2}(\psi_{,11} - \psi_{,22}) \quad \gamma_2 = \psi_{,12}$$

$$\kappa = \int_0^{z_s} \frac{4\pi G \, \Delta\rho}{c^2} \frac{d_{OL} d_{LS}}{d_{OS}} \frac{dct}{dz_L} dz_L$$

$$\Delta\rho \equiv \rho(z_L) - \langle \rho \rangle (z_L)$$

Kappa i gammy **pozostają z potencjałem w “zwykłym” związku. Na obraz mają wpływ małe fluktuacje gęstości wzdłuż linii widzenia, ważone w typowy dla soczewkowania sposób.**

Słabe soczewkowanie CMB

$$T_x \equiv \frac{\partial T}{\partial x} \qquad T_y \equiv \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$S \equiv T_x^2 + T_y^2 \quad Q \equiv T_x^2 - T_y^2 \quad U \equiv 2T_xT_y$$

No lensing:

$$\langle S \rangle = \sigma^2 \quad \langle Q \rangle = 0 \quad \langle U \rangle = 0$$

Weak lensing:

$$\langle S \rangle = (1-2\kappa)\sigma^2 \quad \langle Q \rangle = -2\gamma_1\sigma^2 \quad \langle U \rangle = -2\gamma_2\sigma^2$$

$$\Rightarrow \quad \gamma_1 = -\frac{1}{2}\frac{\langle Q \rangle}{\langle S \rangle} \quad \gamma_2 = -\frac{1}{2}\frac{\langle U \rangle}{\langle S \rangle}$$

Pomiar ścinania; wyznaczenie *kappa* analogicznie jak dla gromad. Zmierzone wielkości zależą od ważonego wzdłuż linii widzenia rozkładu fluktuacji gęstości. (Możliwość testów??)

Słabe soczewkowanie CMB

-wygładzanie rozkładu temperatury w małych skalach kątowych: nie większych od 1 min łuku;

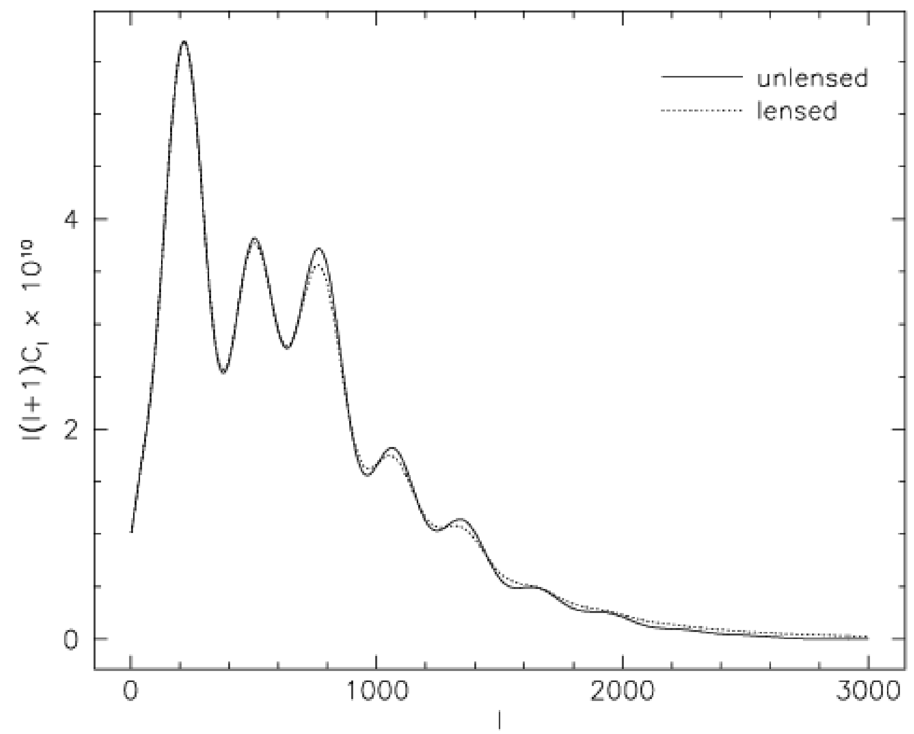
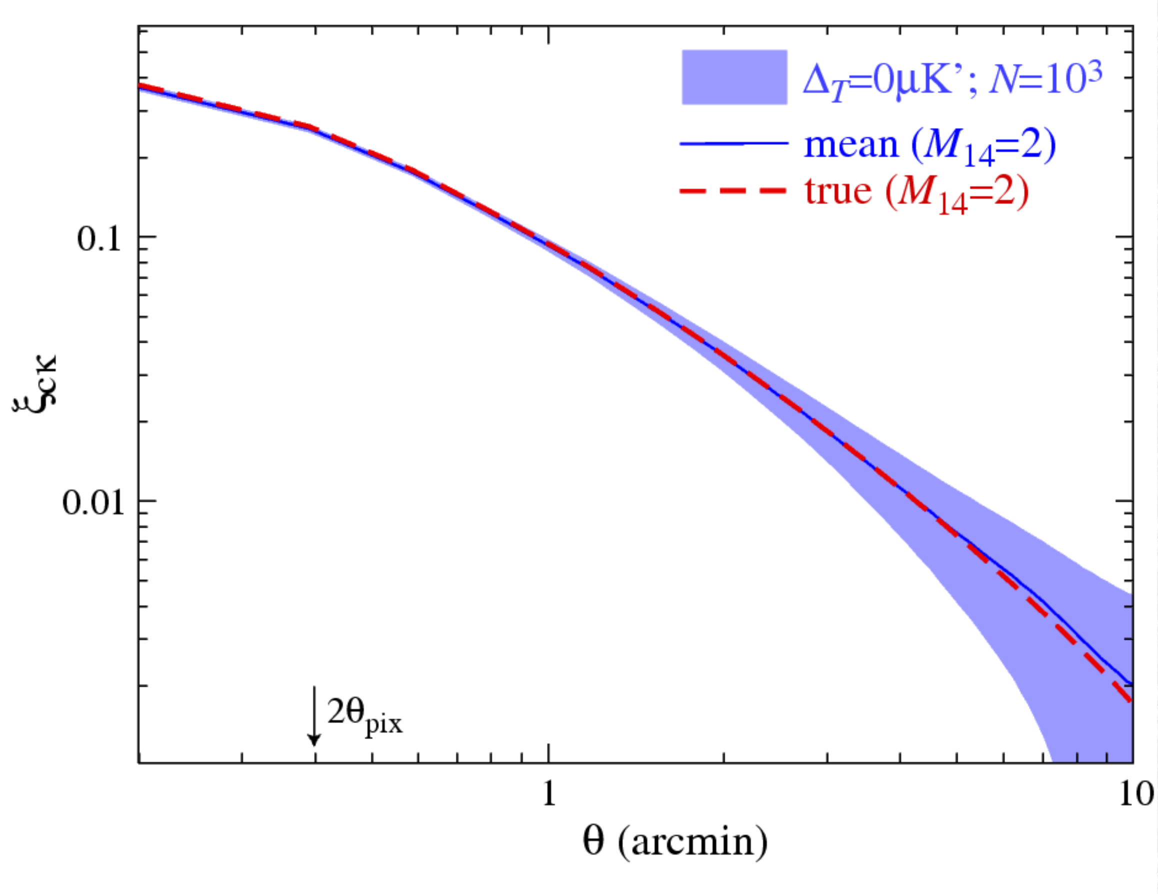


Fig. 35. The CMB power spectrum coefficients $l(l+1)C_l$ are shown as a function of l. The solid line displays the intrinsic power spectrum, the dotted line the lensed power spectrum for an Einstein-de Sitter universe filled with cold dark matter. Evidently, lensing smoothes the spectrum at small angular scales (large l), while it has no visible effect on larger scales. The curves were produced with the **CMBfast** code, see Zaldarriaga & Seljak (1998).

Bartelman i Schneider (2001) Phys.Rep,340, 291

Słabe soczewkowanie CMB (przyszłość...)



-przy rozdzielczości ~1' i czułości ~0.000001 K możliwa będzie ocena masy gromad wykrytych przy pomocy efektu Suniajewa-Zeldowicza

Symulacja: korelacje pomiędzy rozkładem gromad a rozkładem określonej przez analizę CMB *kappa*

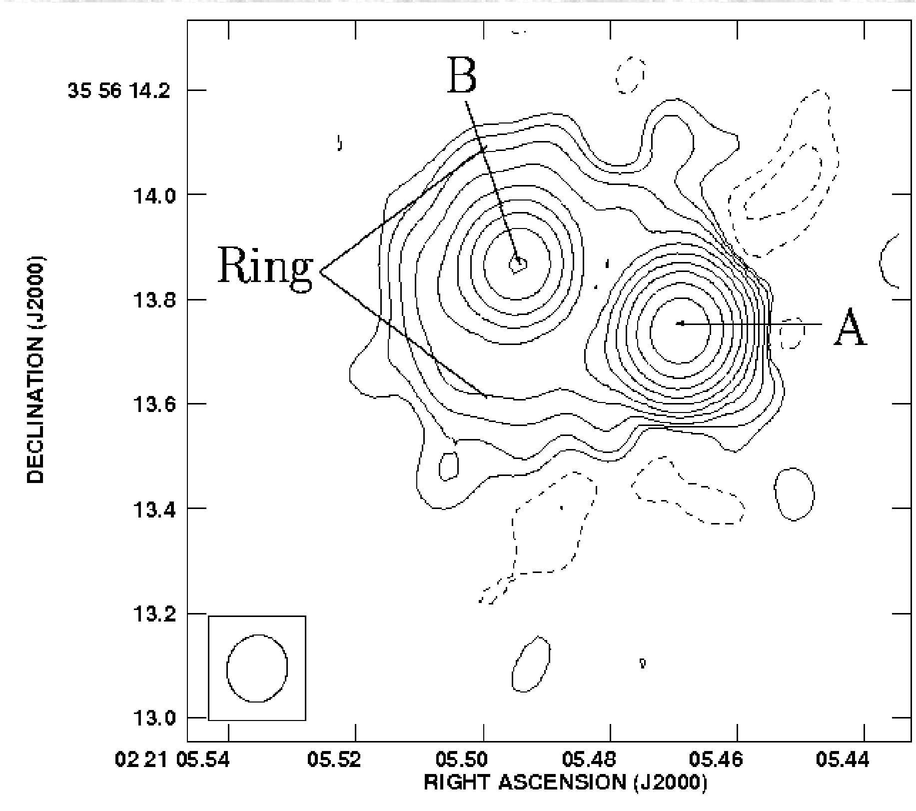
Hu, DeDeo i Vale (2007) astro-ph/0701276

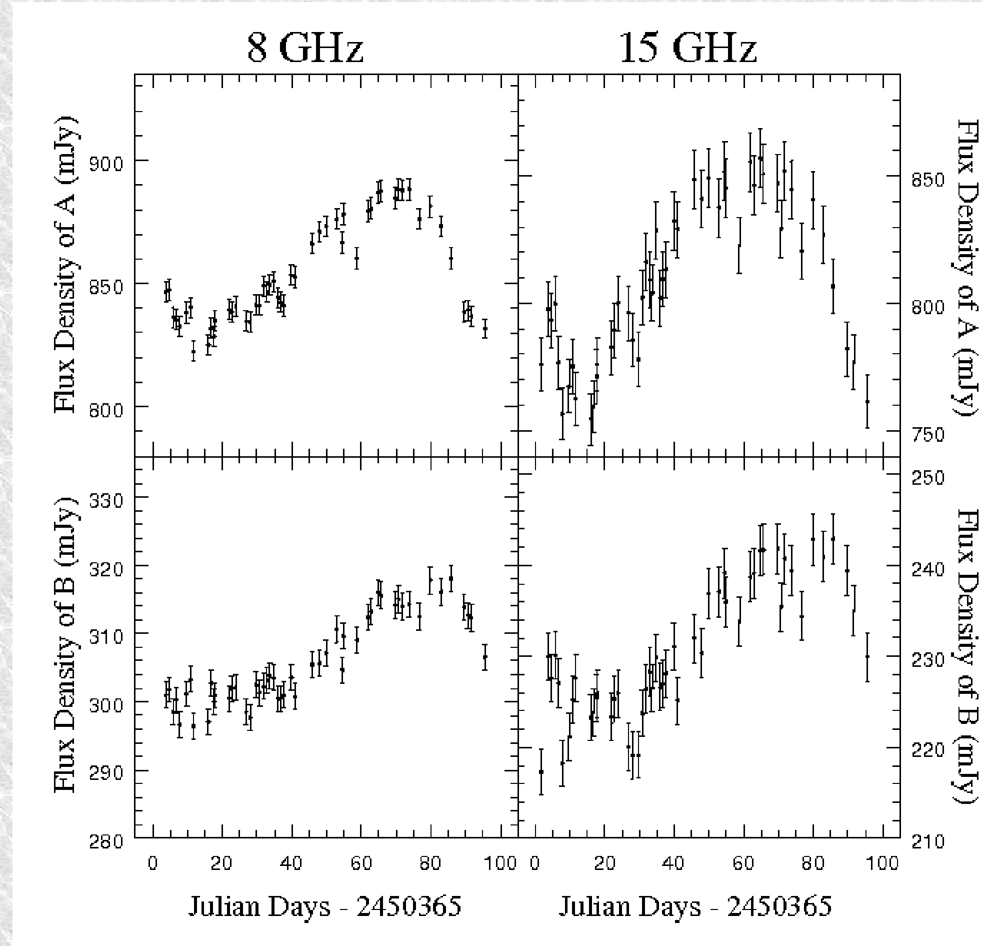
Opóźnienie sygnałów

-

- Przykłady wielokrotnych obrazów i
- krzywych zmian blasku

JVAS 0218+357





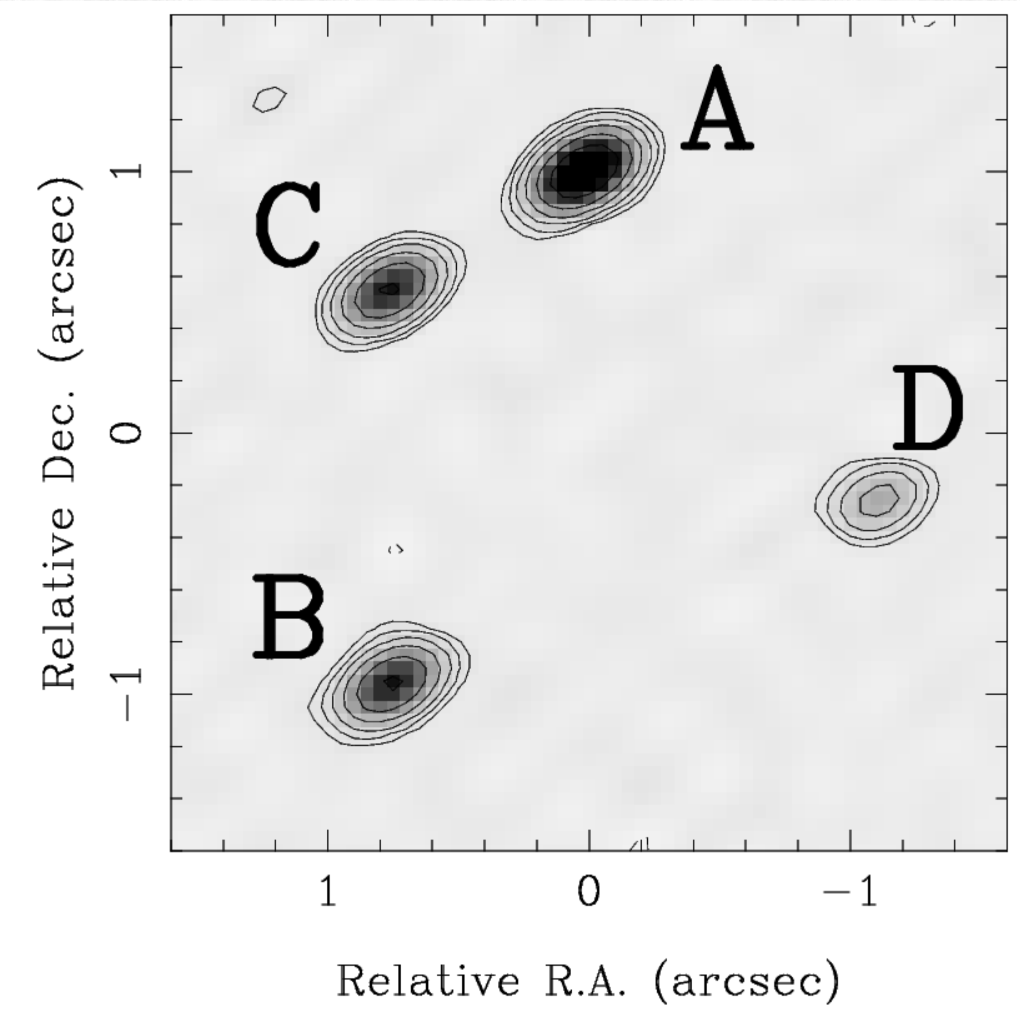
t_A-t_B = 10.1 +/- 1.5 d

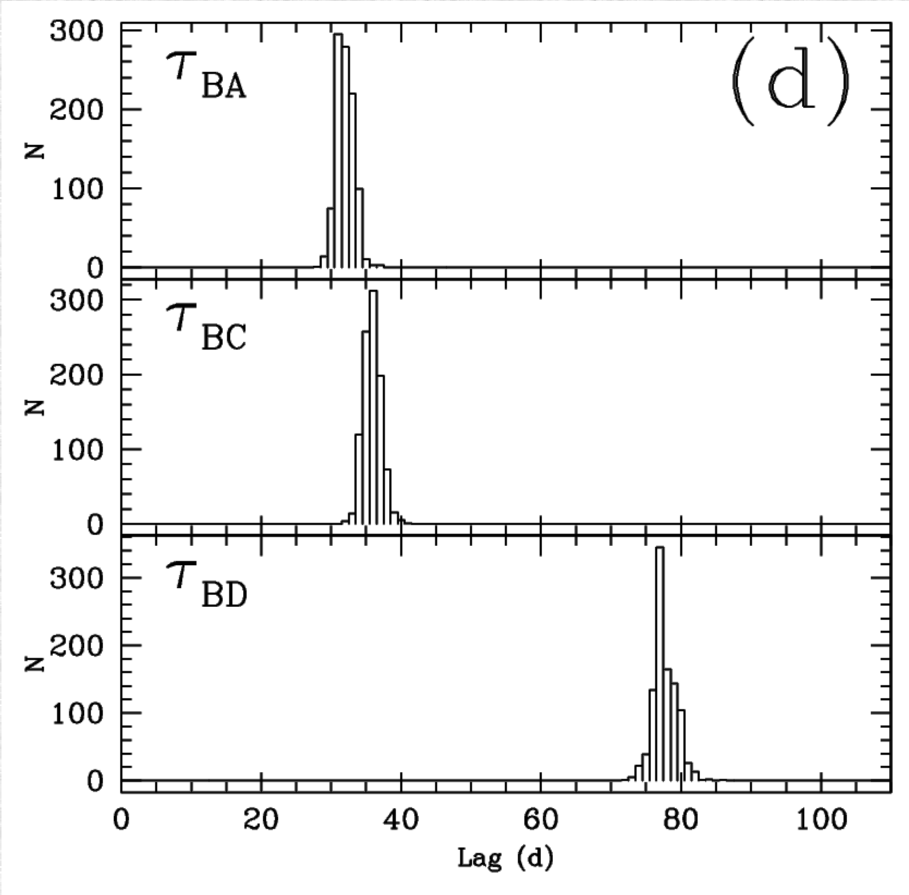
H_0 = (71 +/- 20) km/s/Mpc

(ale błędy systematyczne ?)

Cohen i in. (2000) ApJ, 545, 578

QSO B1608+656

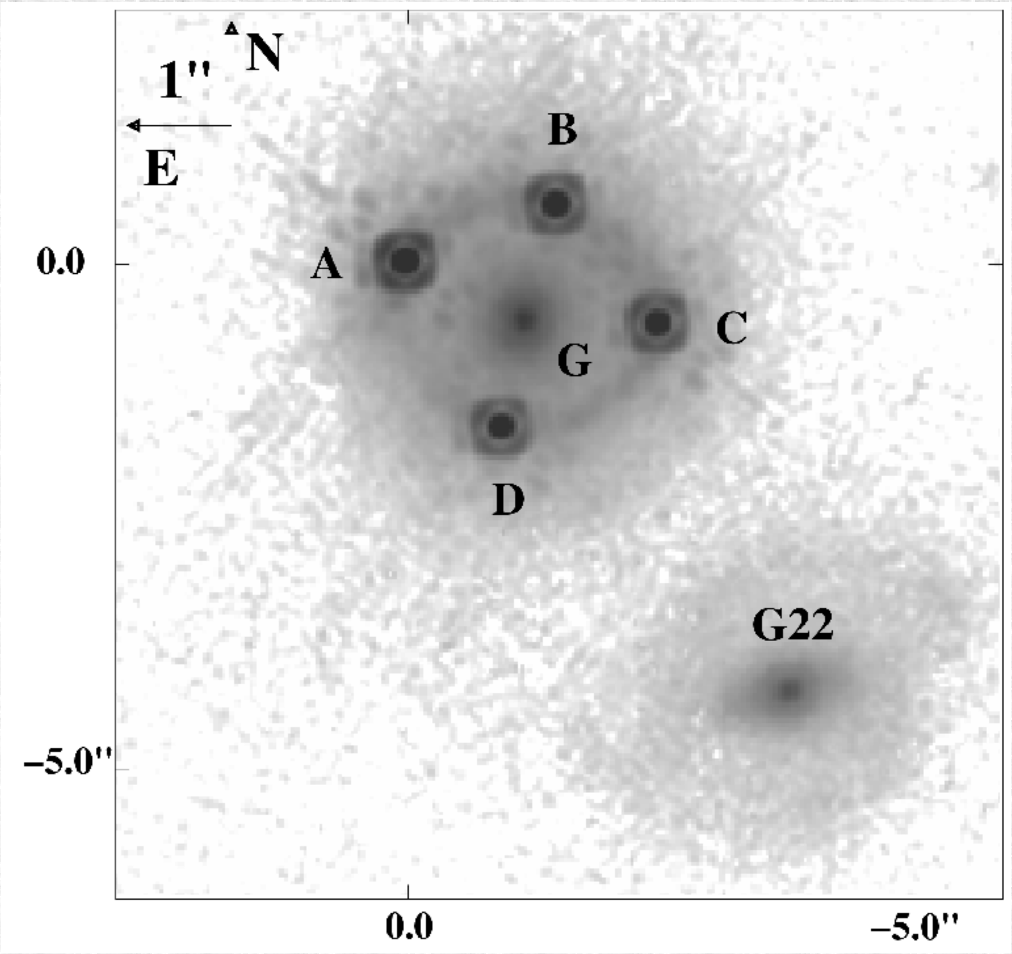




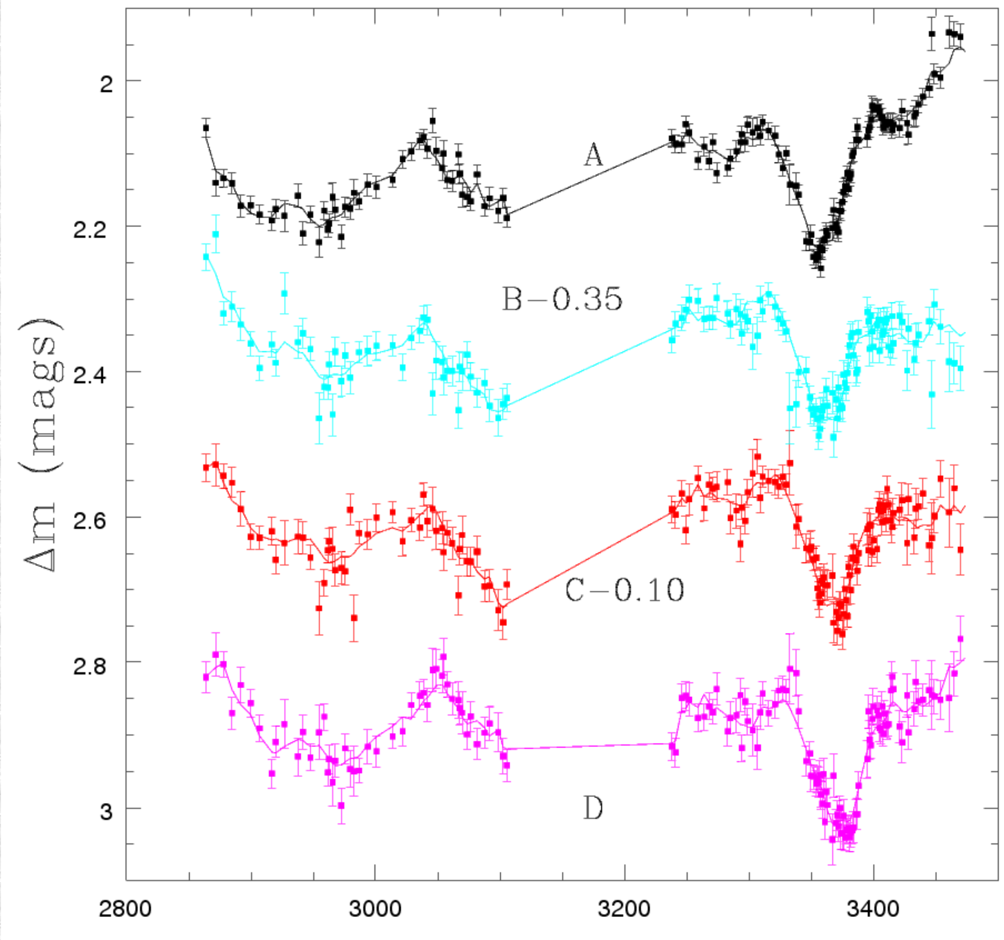
H_0=63+/-15 km/s/Mpc
(ale: modelowanie niepewne)

Fassnacht (2002) ApJ, 581, 823

HE 0435-1223



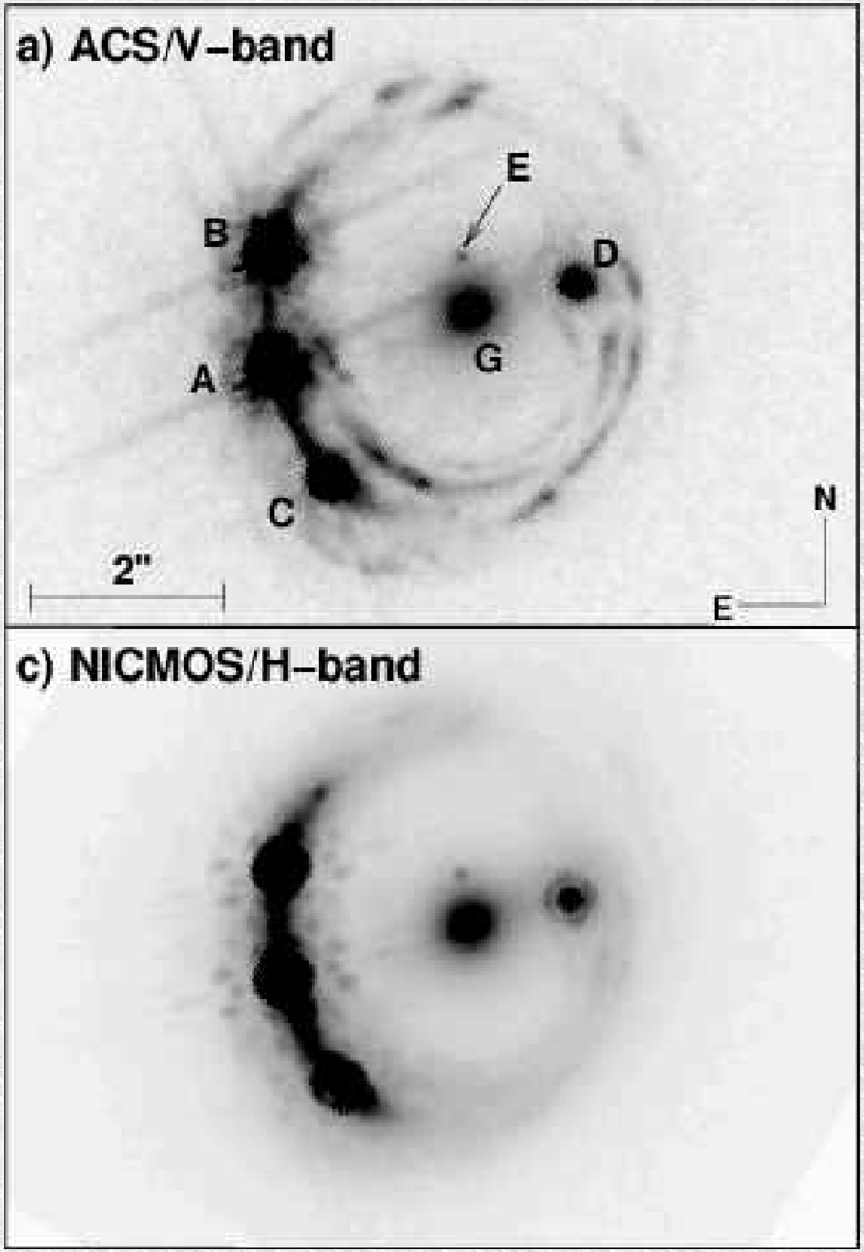
(HST)

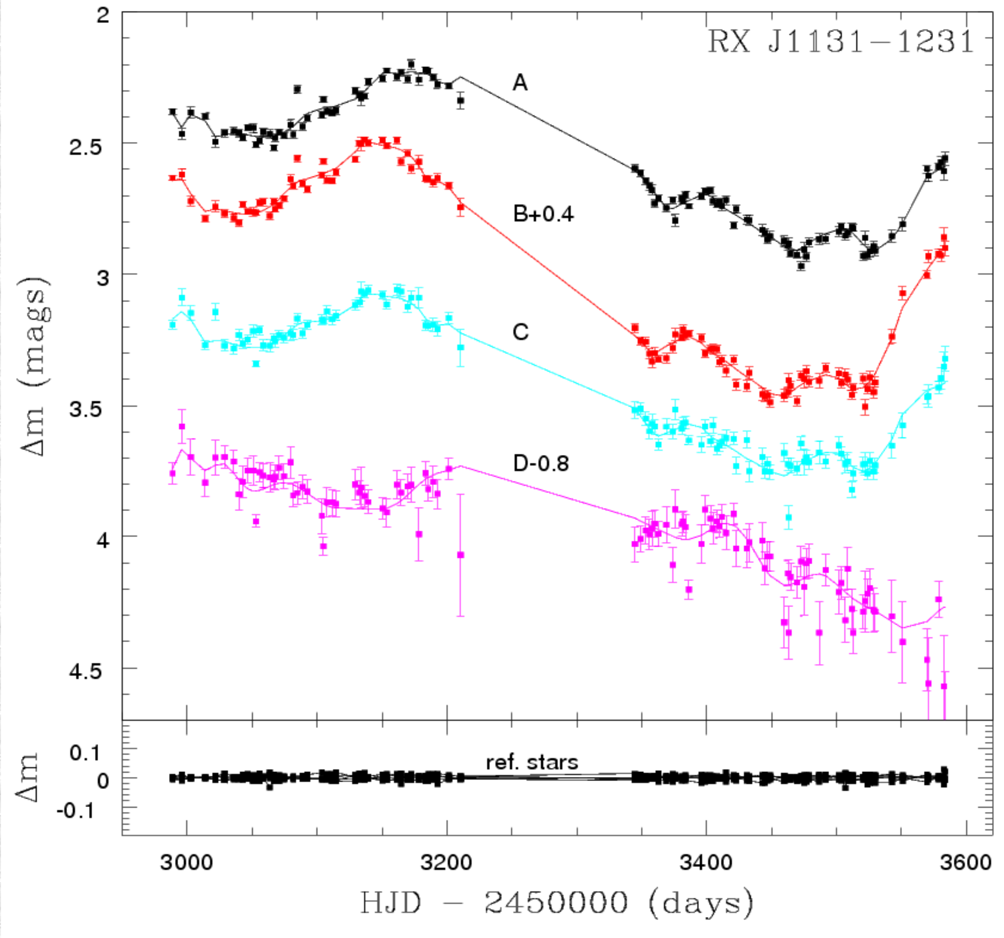


t_A-t_D=-14 dni
t_A-t_C= -8 dni
t_A-t_B= -2 dni

Kochanek i in. (2006) ApJ, 640, 47:
Przyjmując H_0=72 km/s/Mpc badają pole grawitacyjne soczewki – to nie SIS...

RX J1131-1231





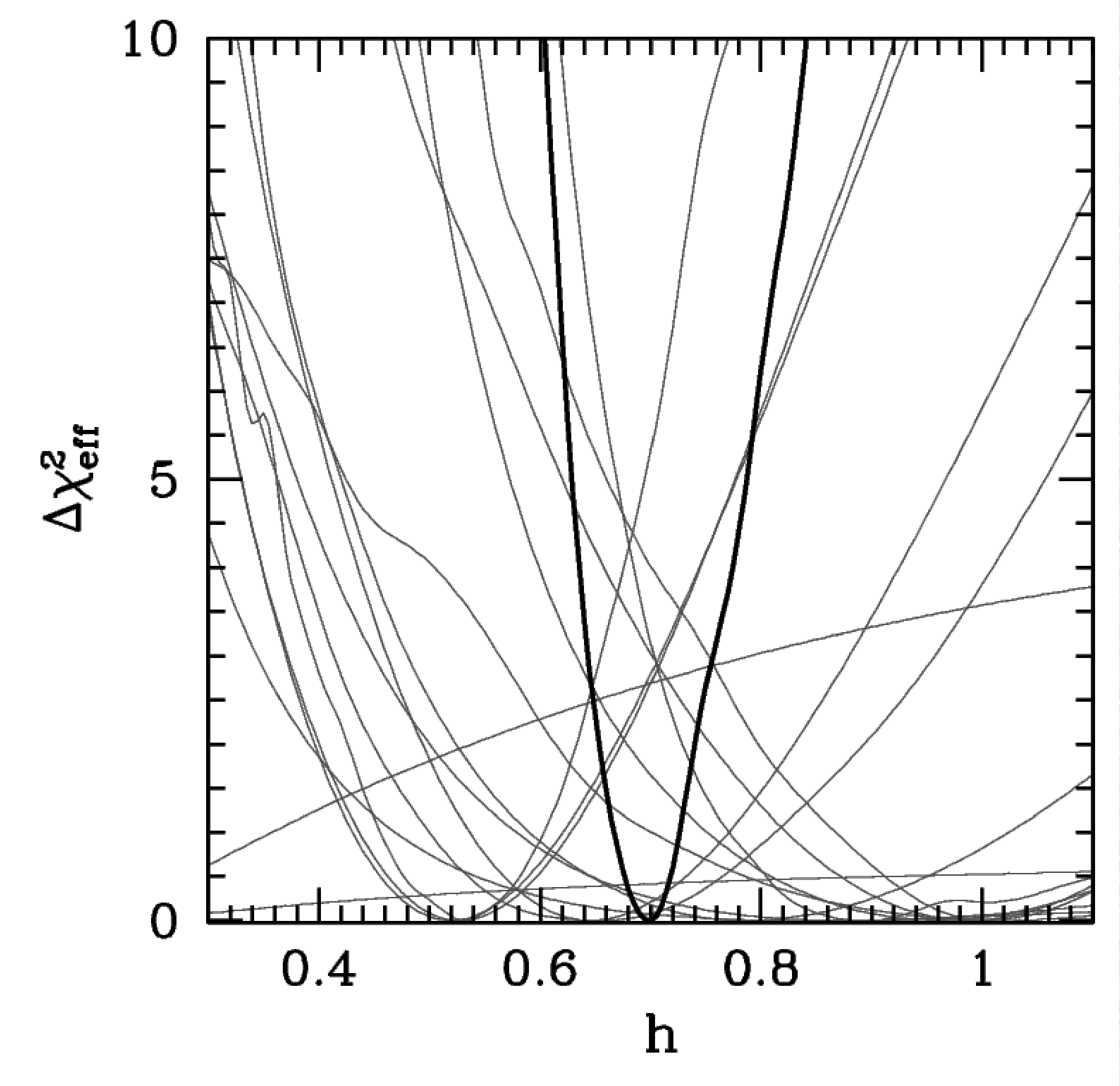
t_A-t_D=-87 dni (???)
t_A-t_C=+10 dni
t_A-t_B=+12 dni

Morgan i in. (2006)astro-ph/0605321: modele pokrewne SIS sugerują opóźnienaia rzędu 1 dnia pomiędzy A,B,C. Jakaś silna perturbacja ???

H_0 i opóźnienia

15 QSO
9 x 2 obrazy
6 x 4 obrazy
różne modele
rozkładów masy

Rezultat dopasowań -->



Oguri (2006) astro-ph/0609694

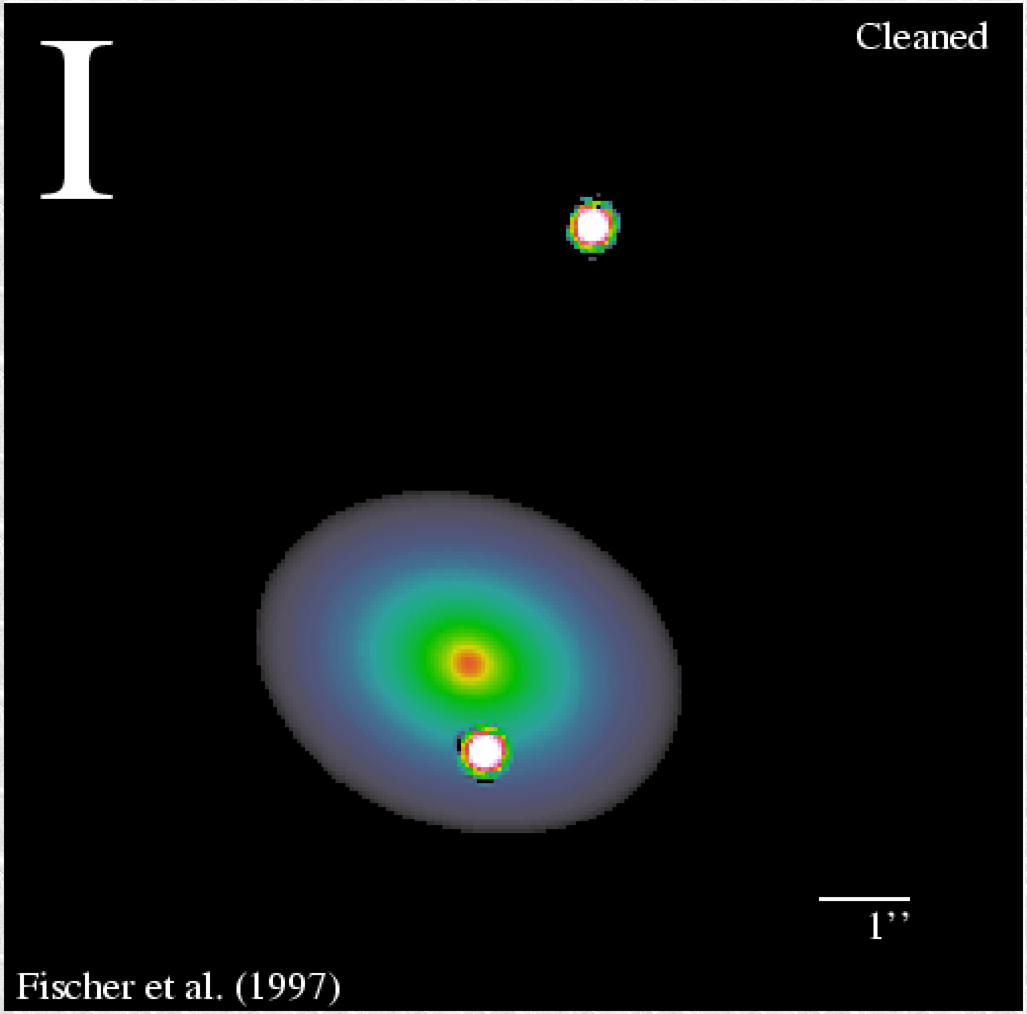
Ilustracje

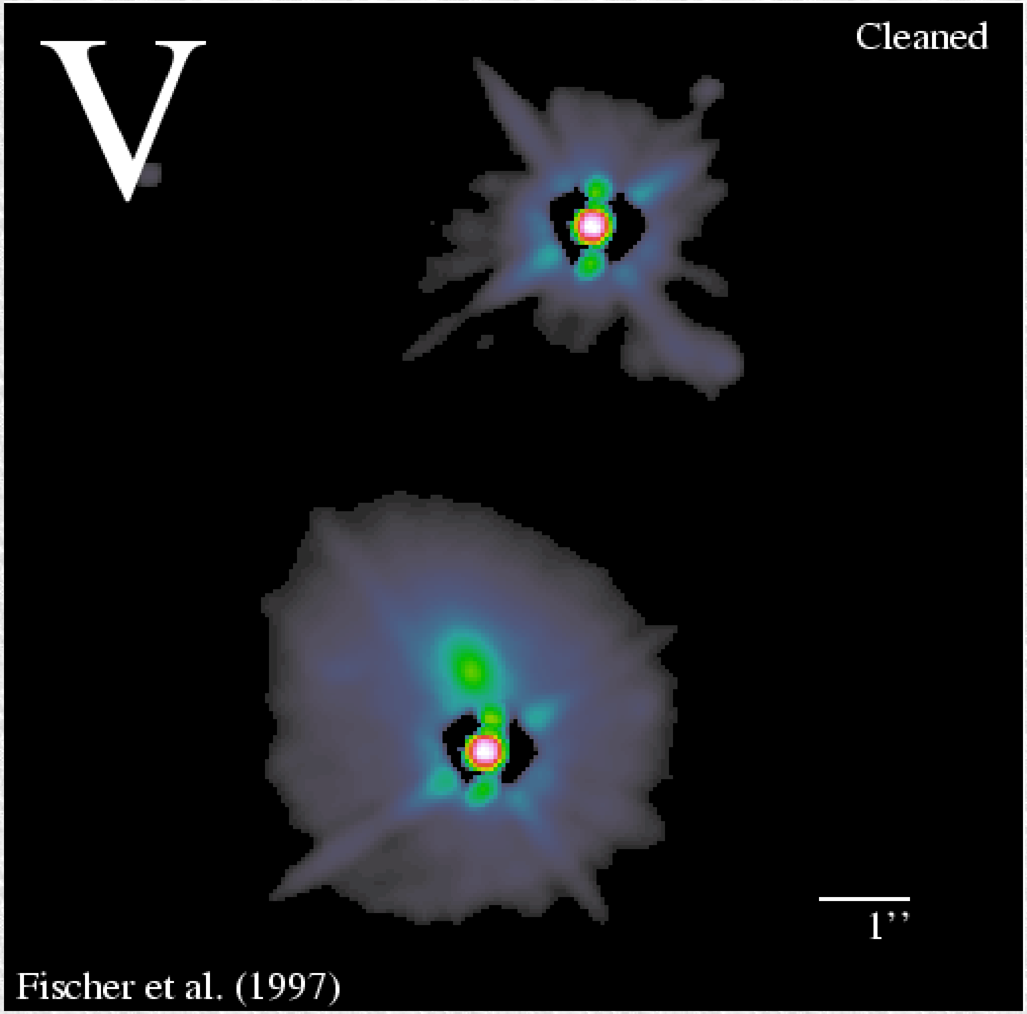
-

- optyczne... i
- radiowe wielokrotne obrazy QSO

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

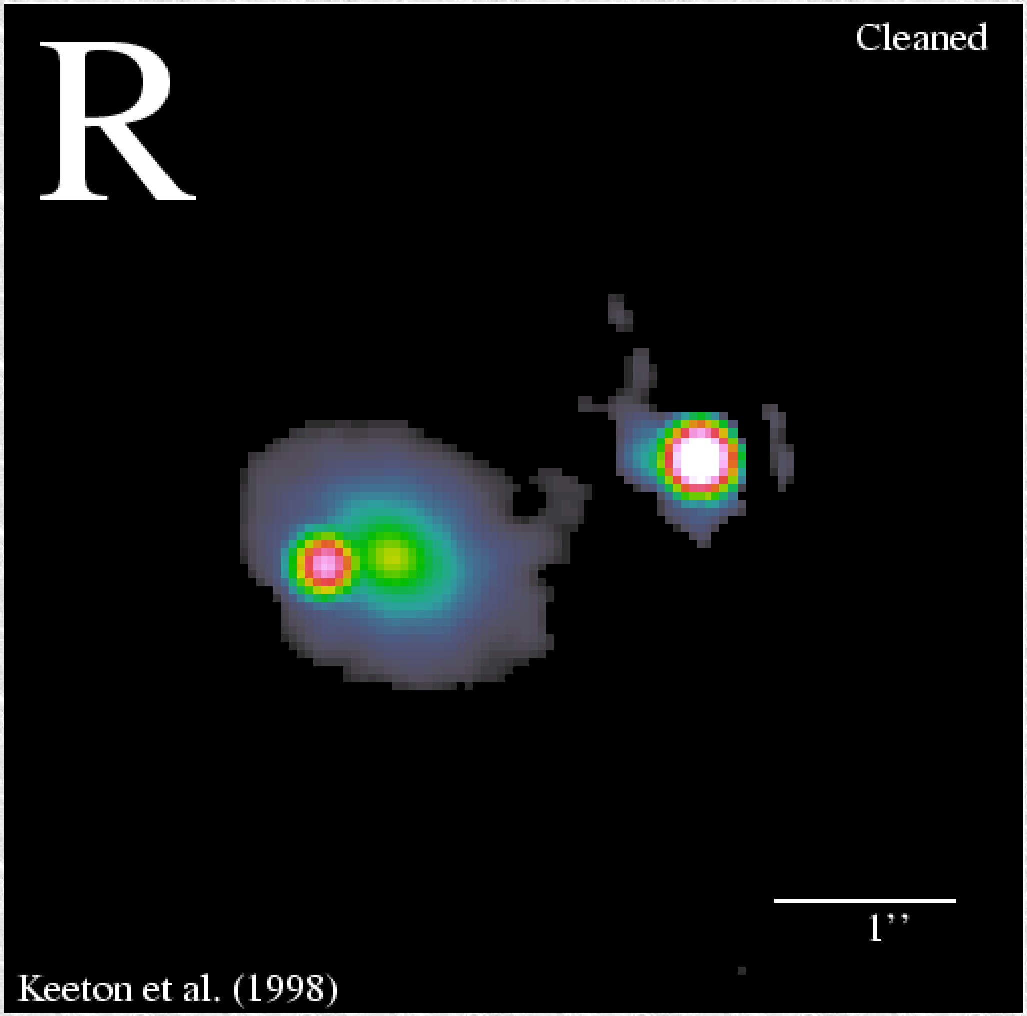


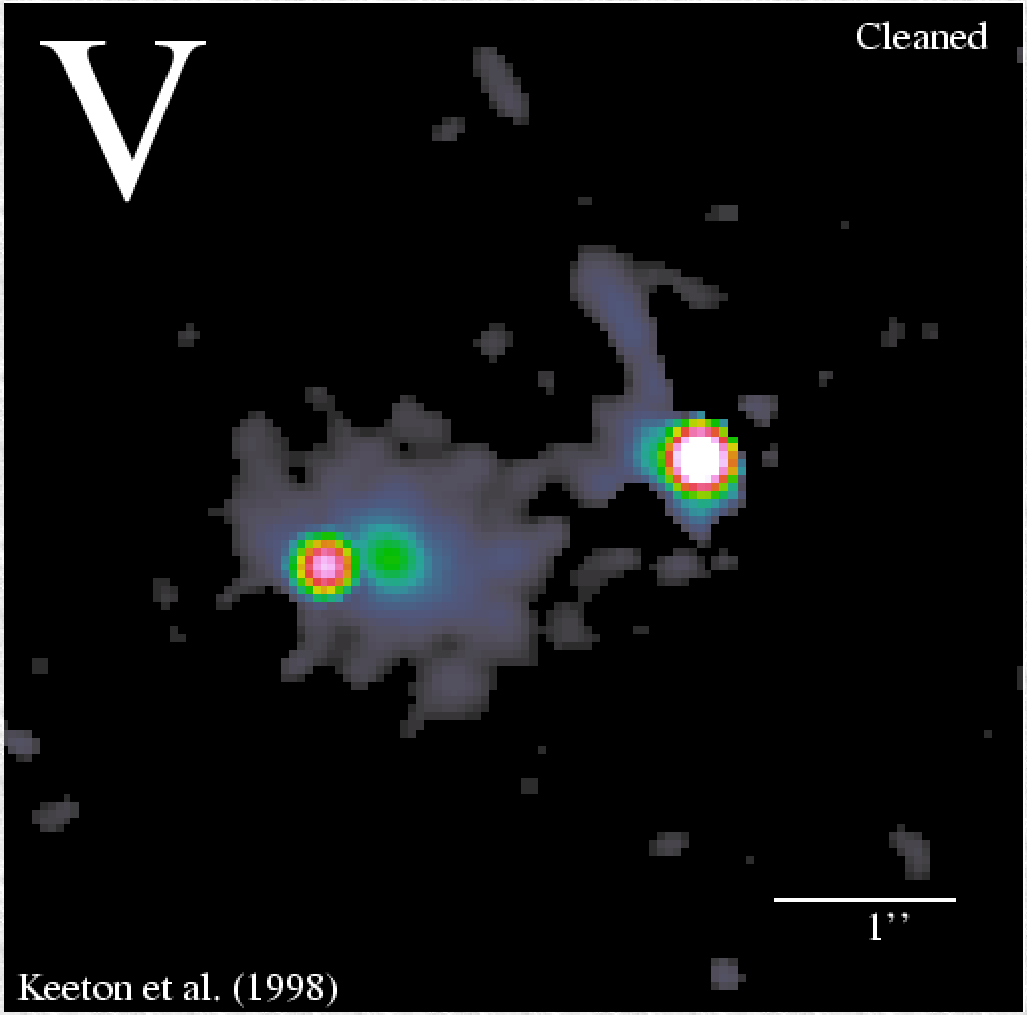


Q0957+561: Z_qso=1.41; Z_lens=0.36

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

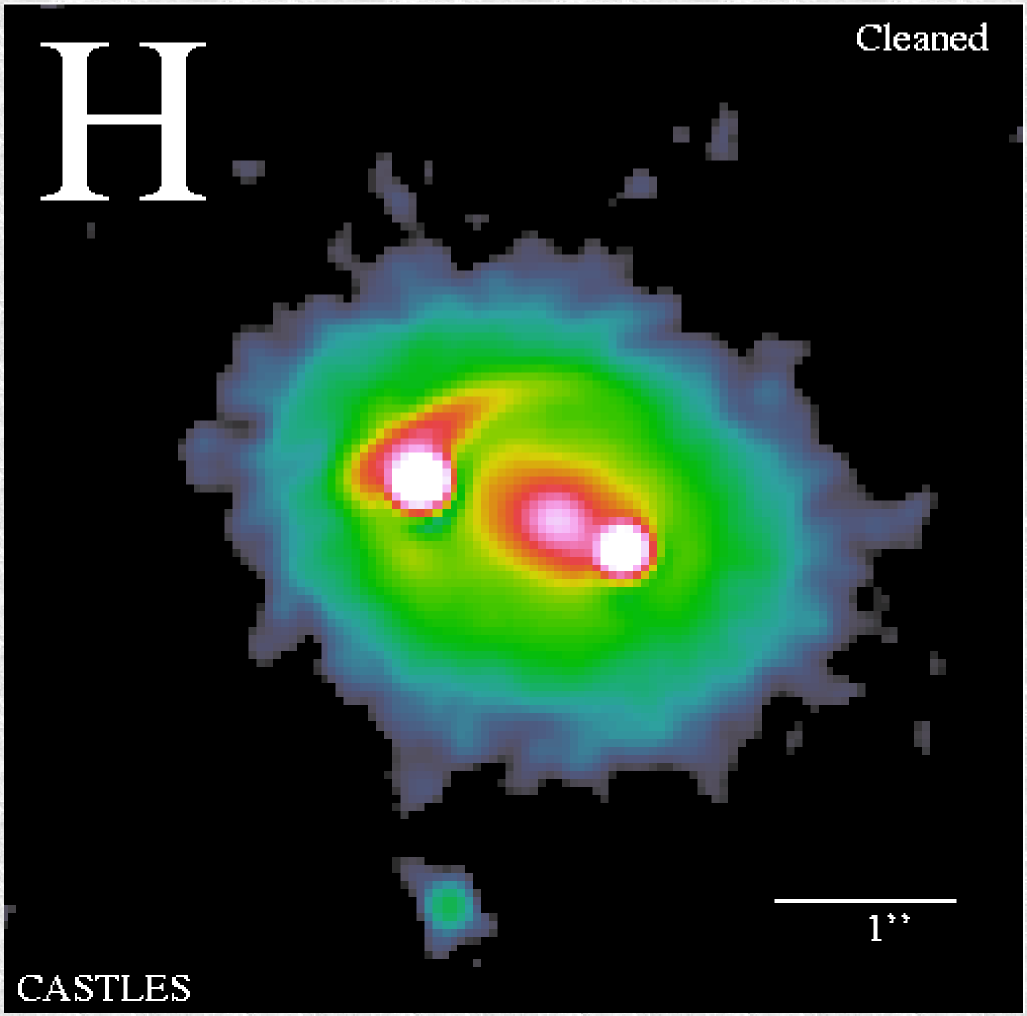


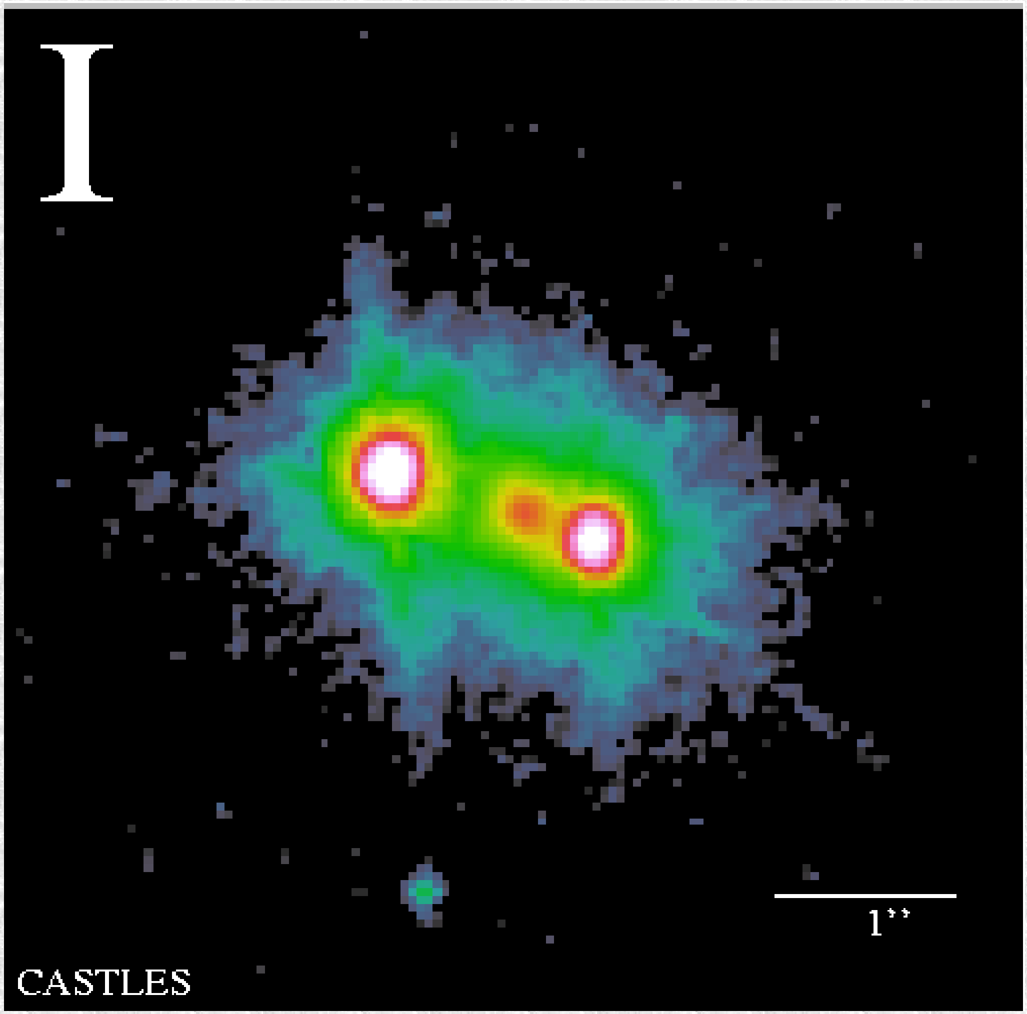


Q0142-100: Z_qso=2.72; Z_lens=0.49

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

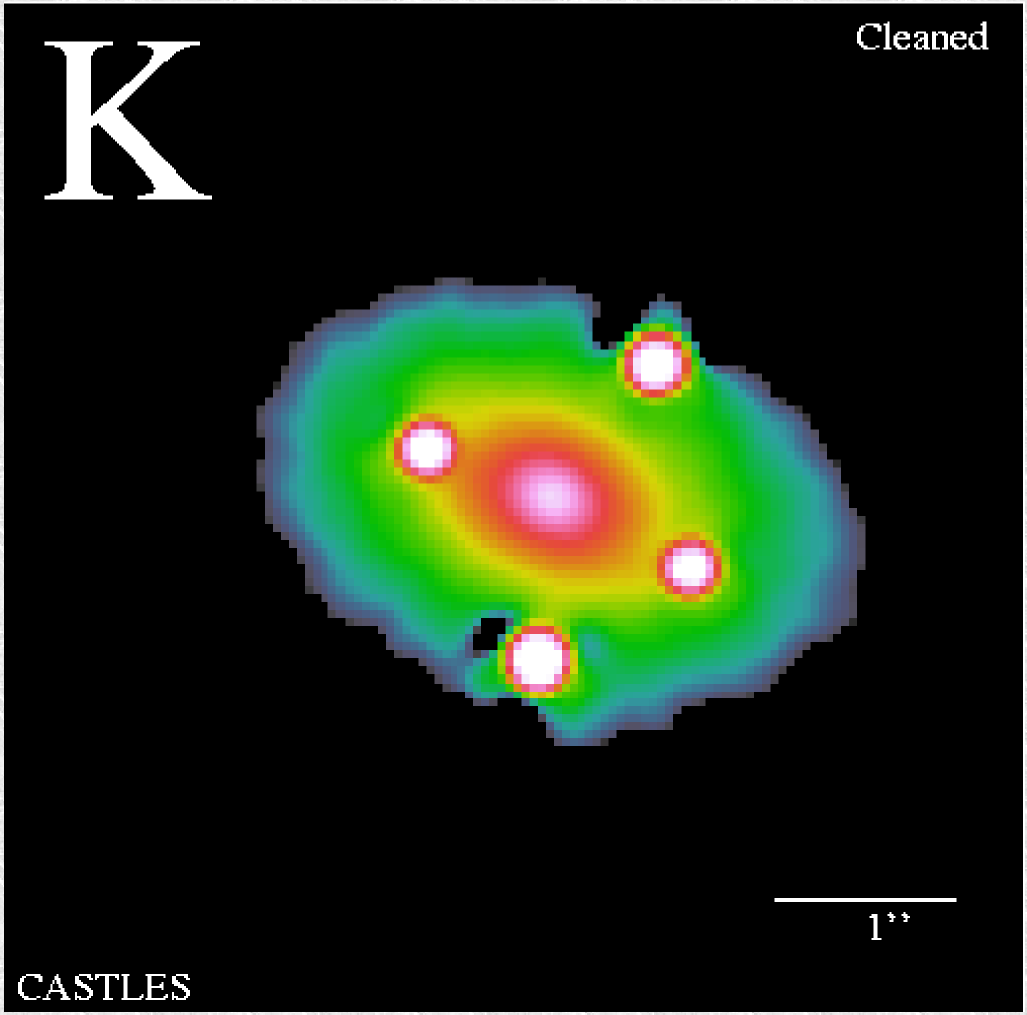


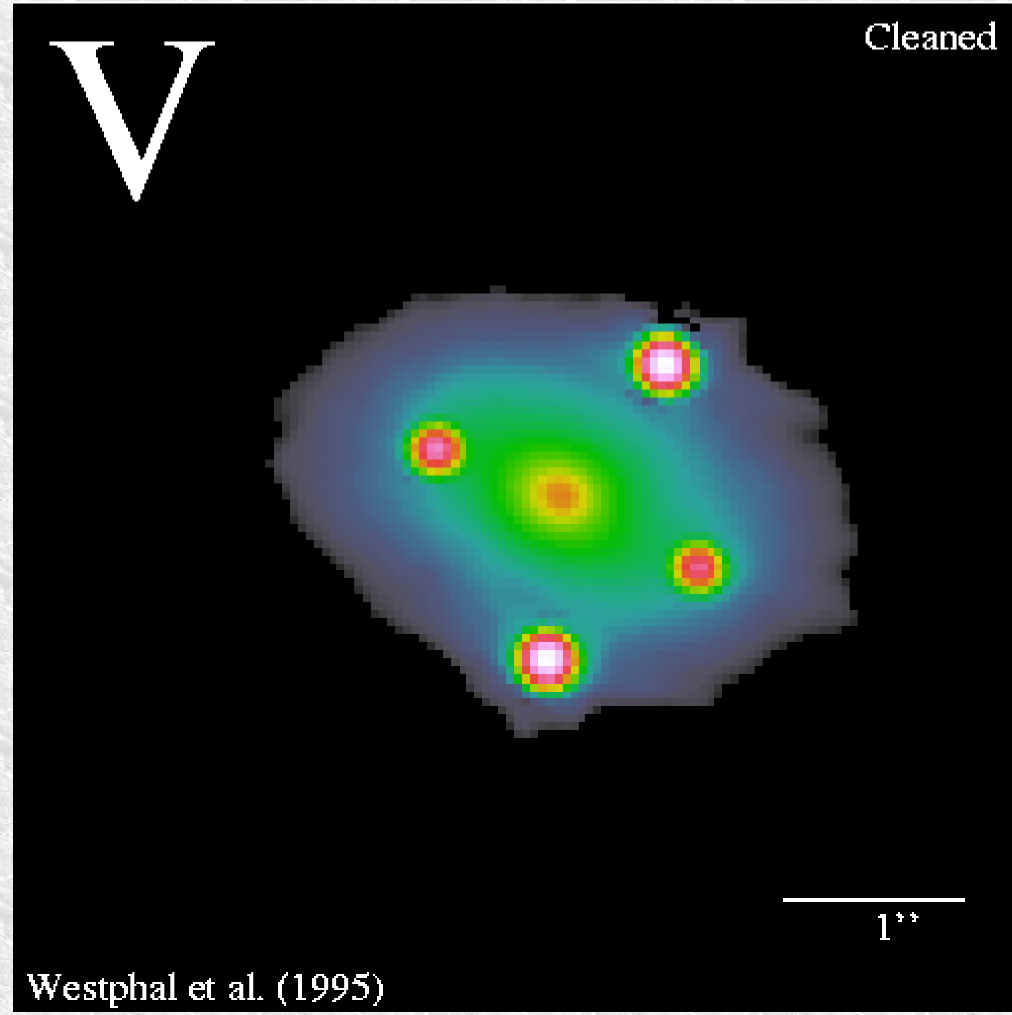


QJ0158-4325: Z_qso=1.29; Z_lens=???

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

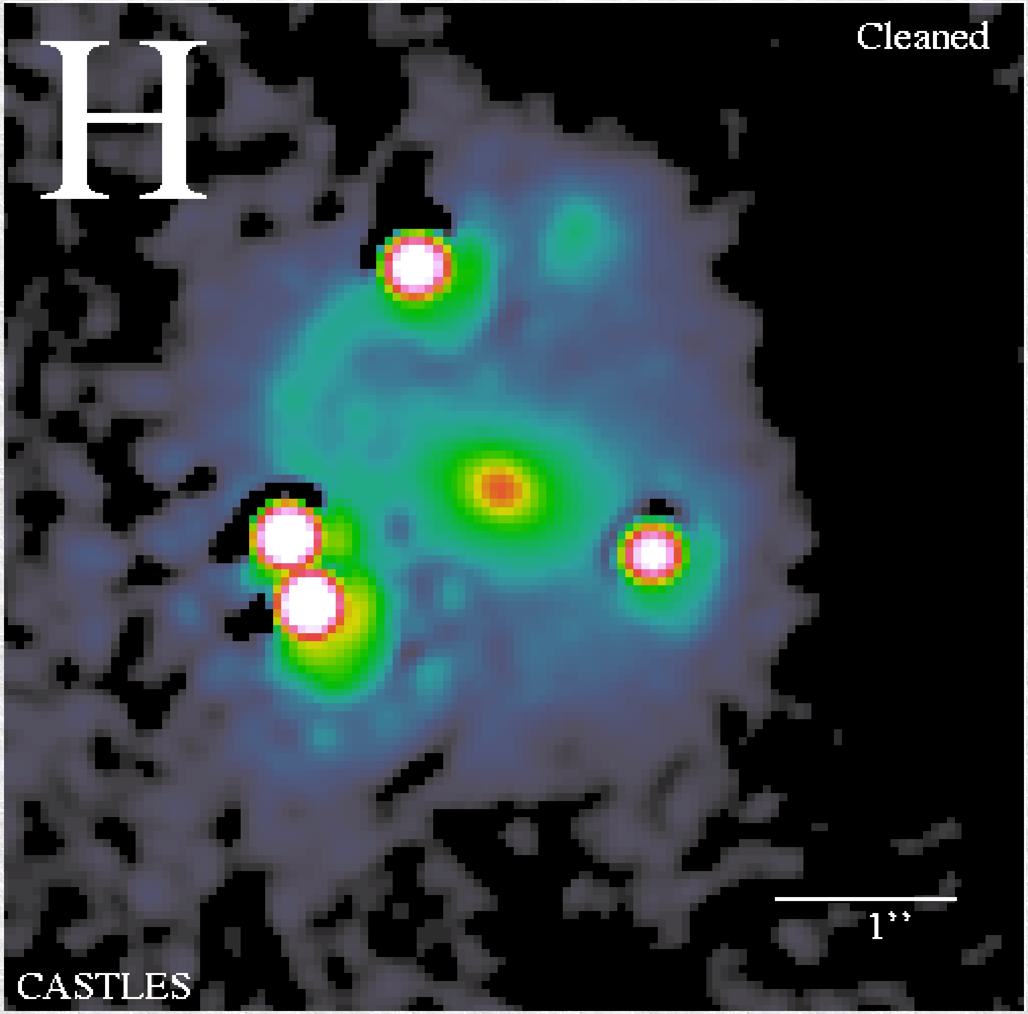


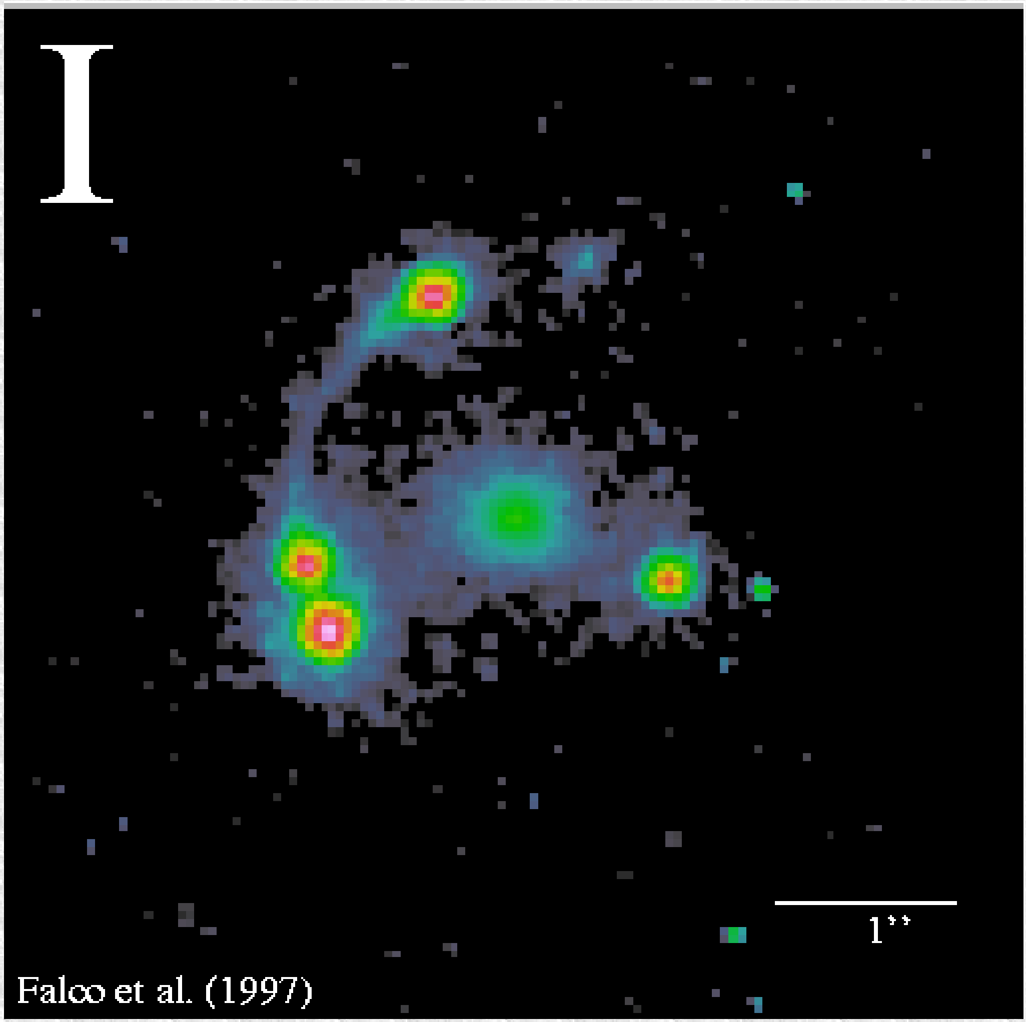


Q2237+ 030 Z_qso=1.69; Z_lens=0.04

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

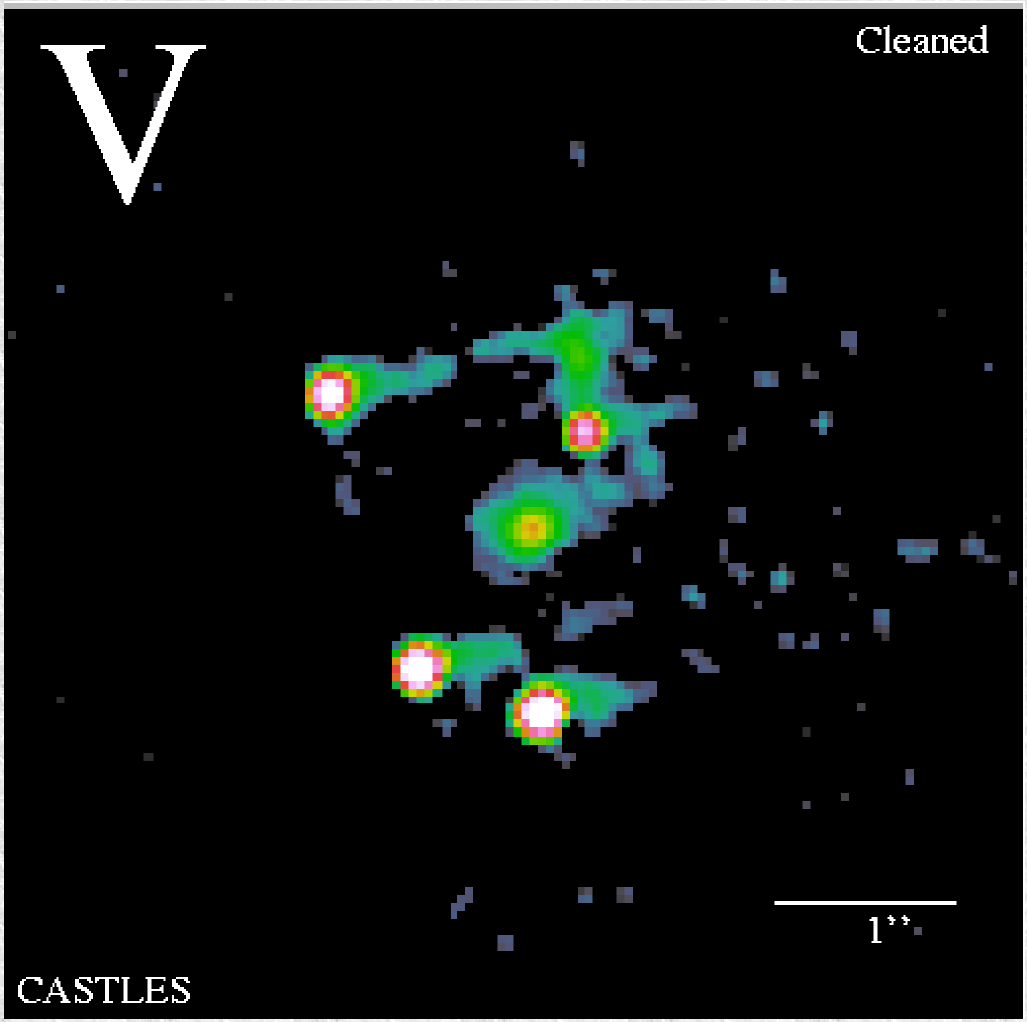




MG0414+0534 Z_qso=2.64; Z_lens=0.96

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

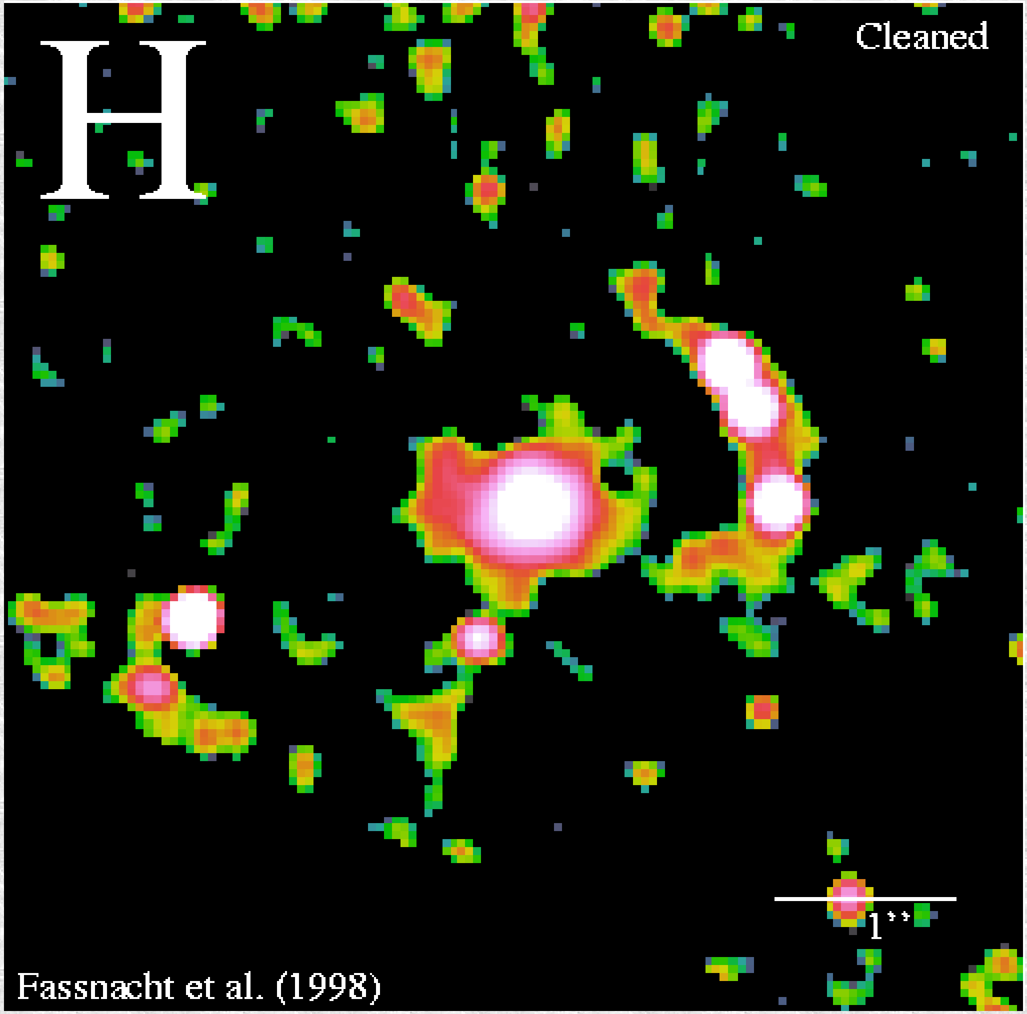
(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

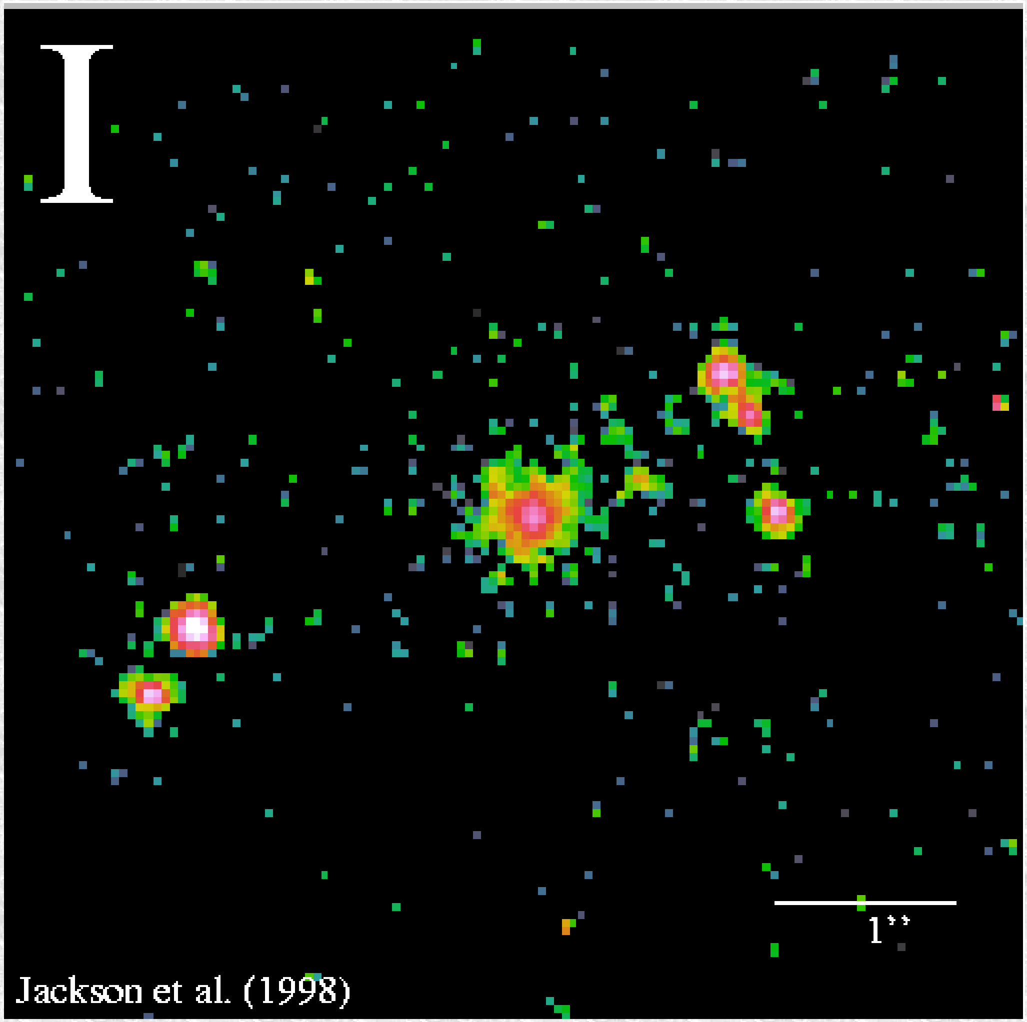


HE0230-2130 Z_qso=2.162; Z_lens=???

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

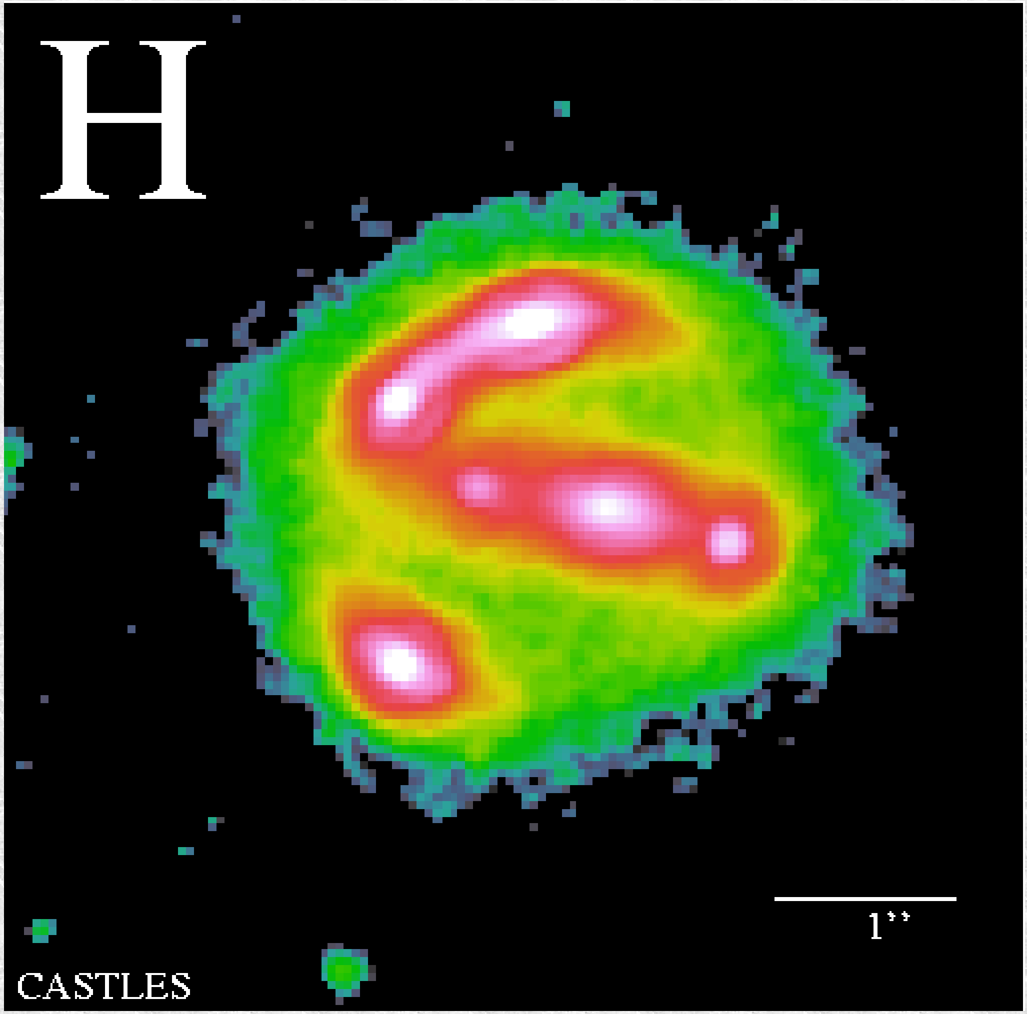


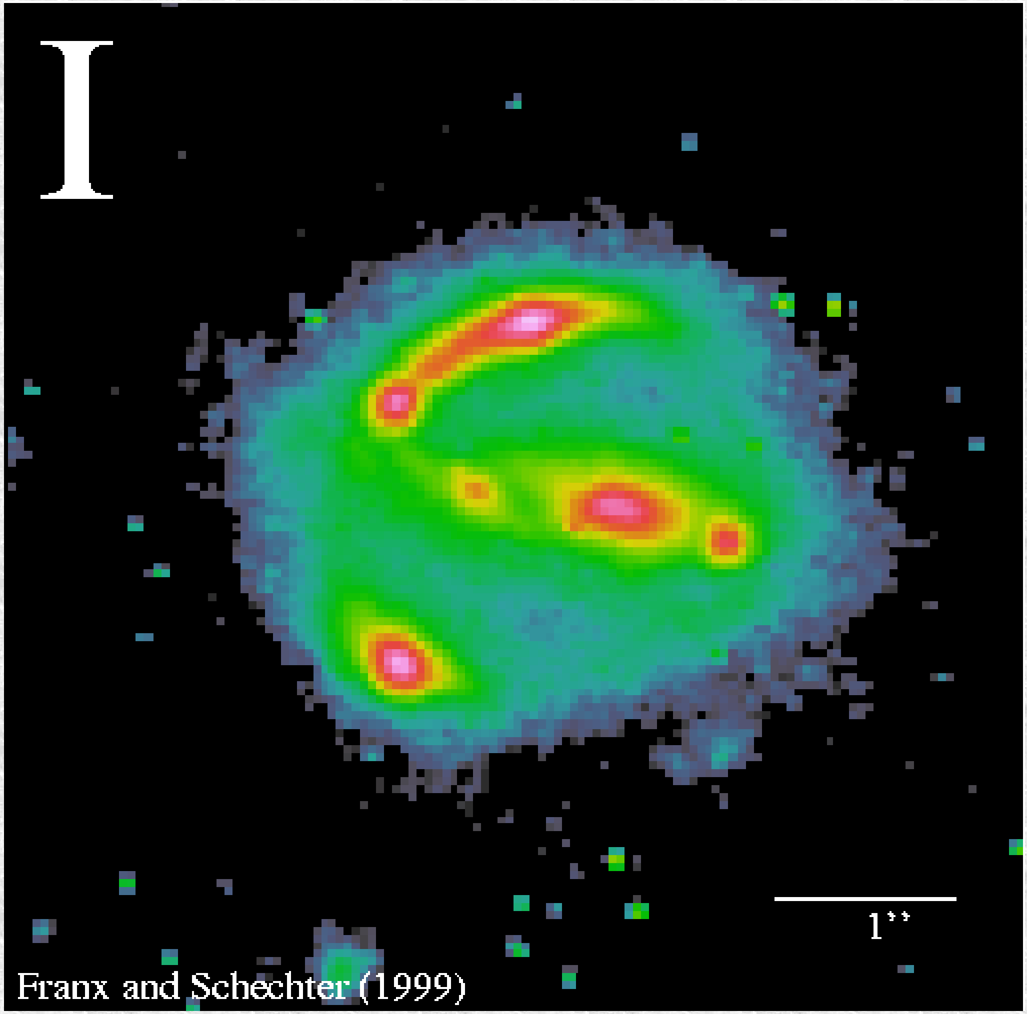


B2045+265   Z_qso=1.28;   Z_lens=0.87

CASTLES: Cfa-Arizona Space Telescope LEns Survey

(http://cfa-www.harvard.edu/castles)

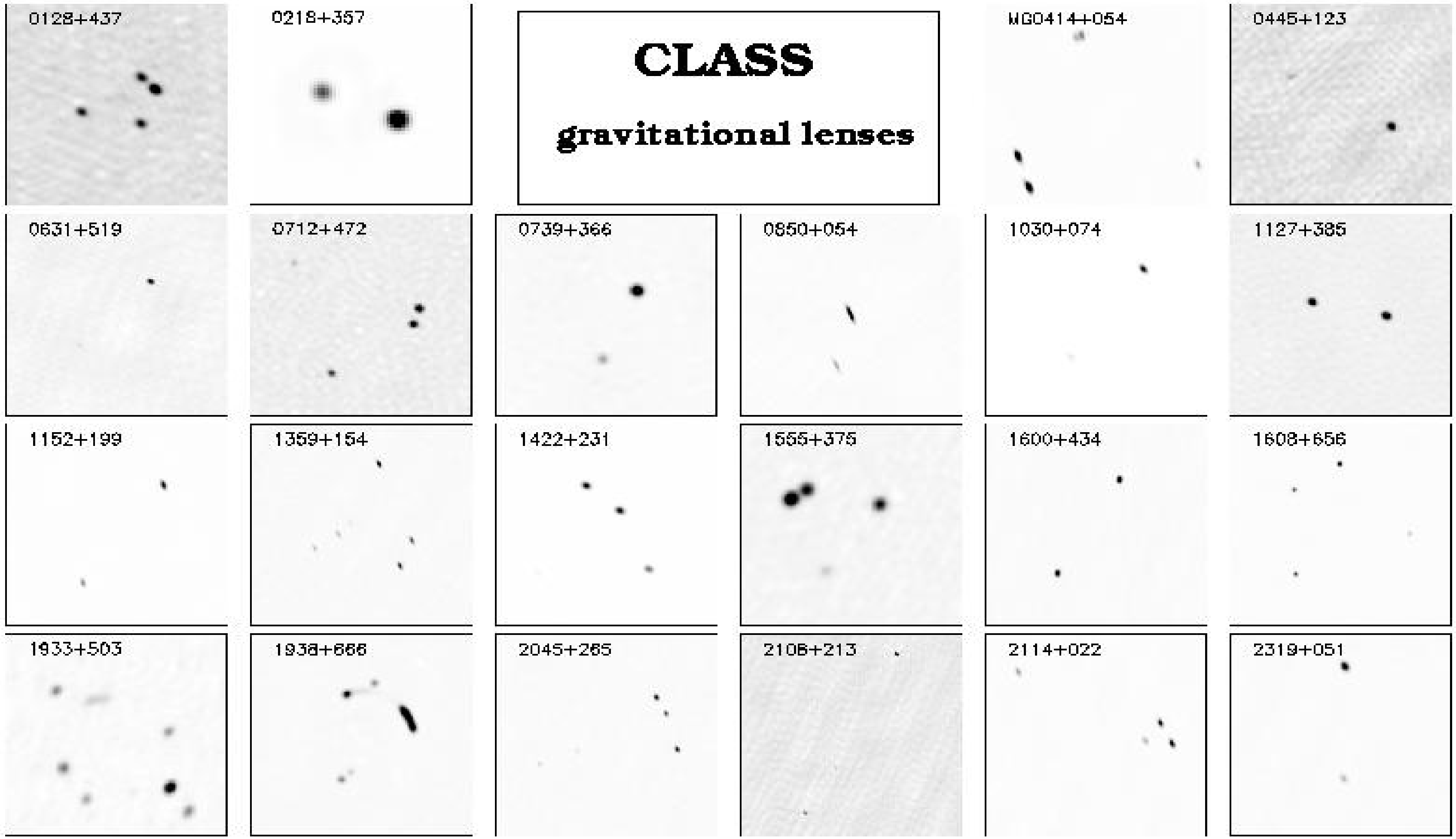




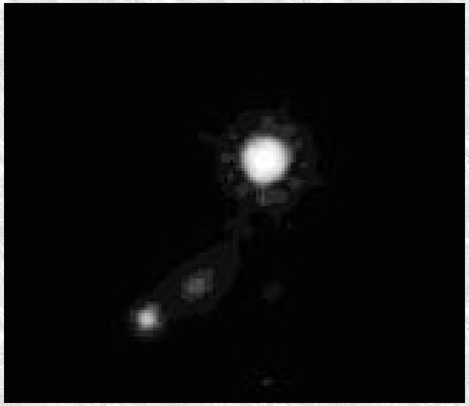
B1608+656 Z_qso=1.39; Z_lens=0.63

CLASS: Cosmic Lens All Sky Survey

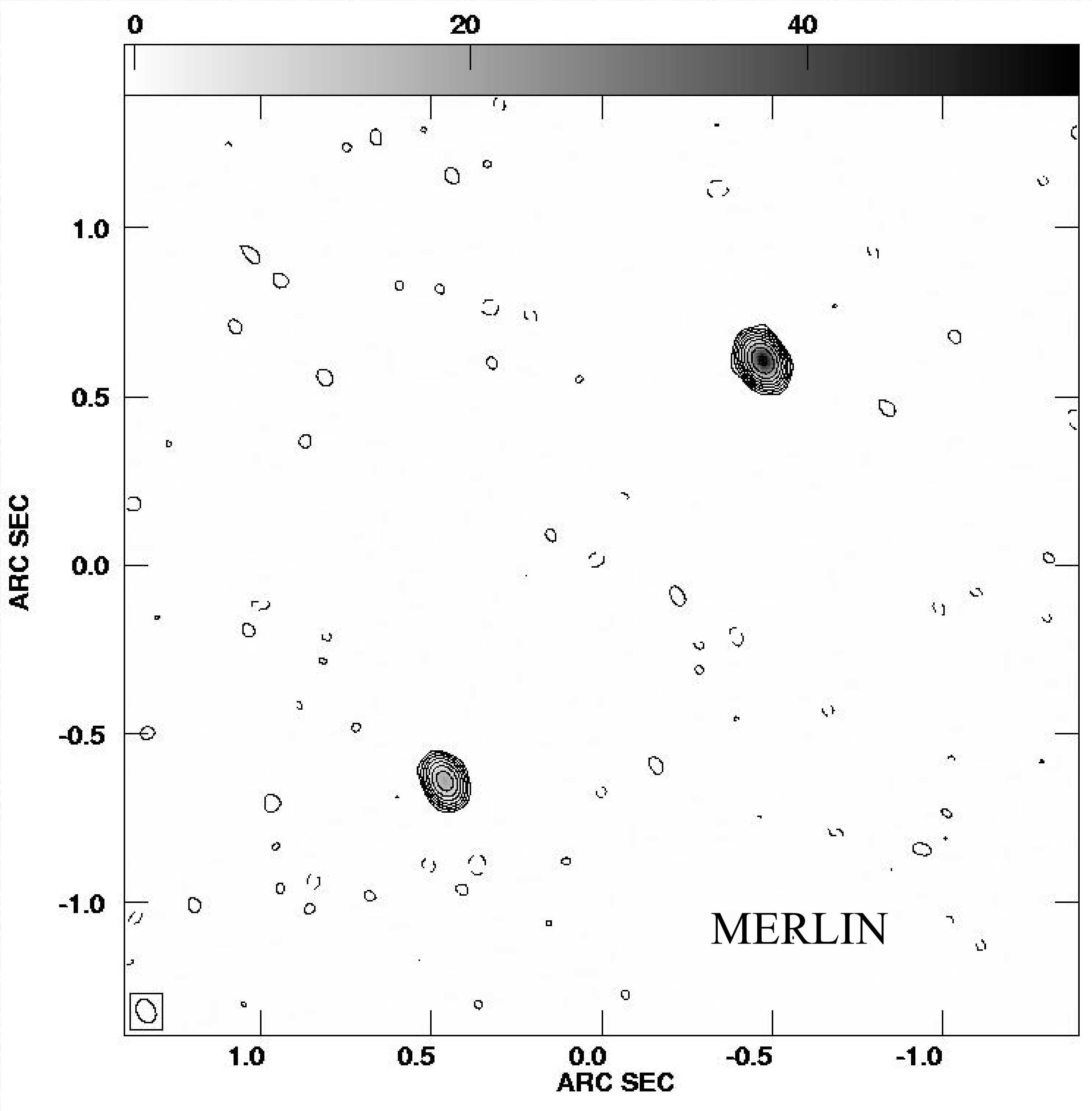
(http://www.jb.man.ac.uk/research/gravlens)

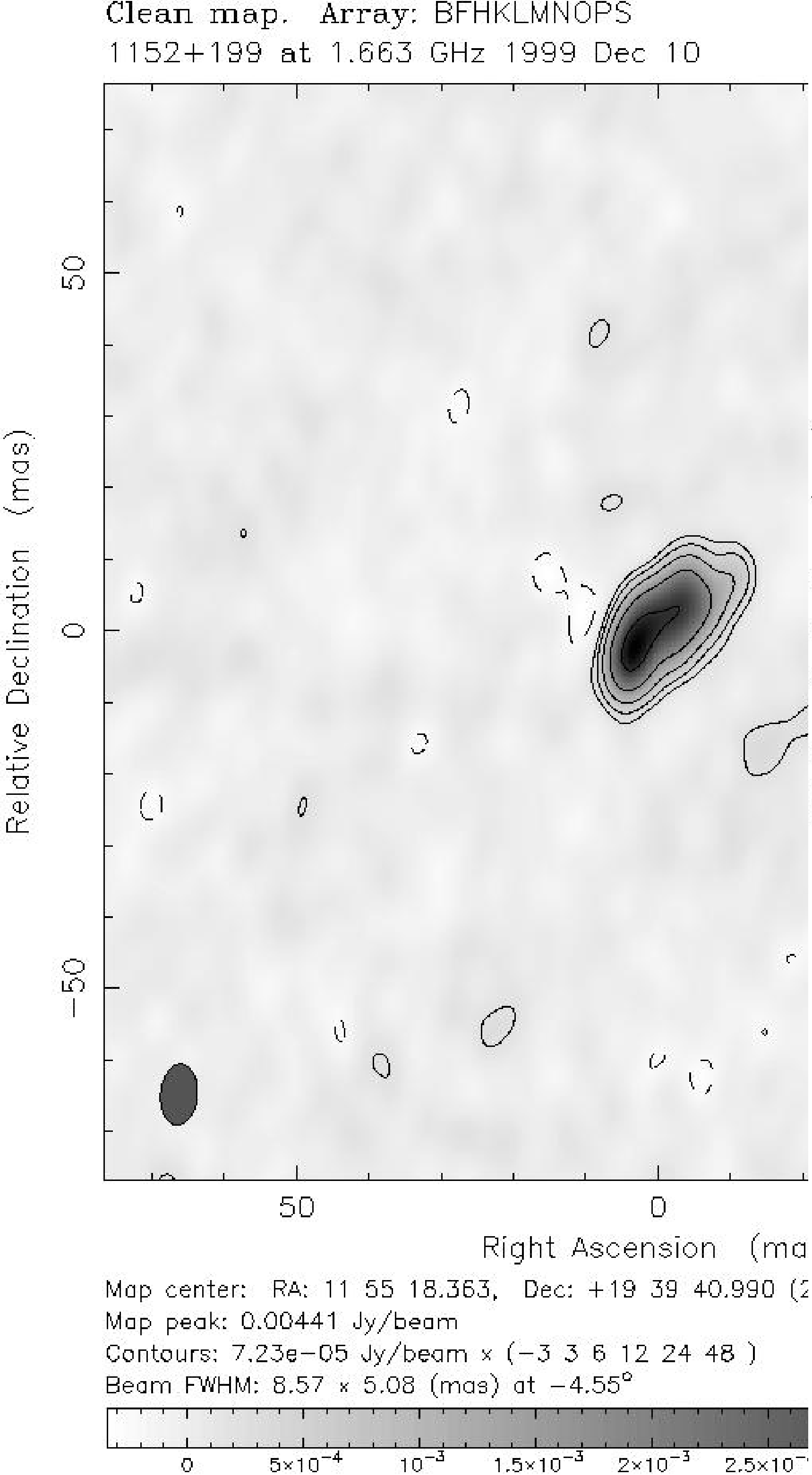


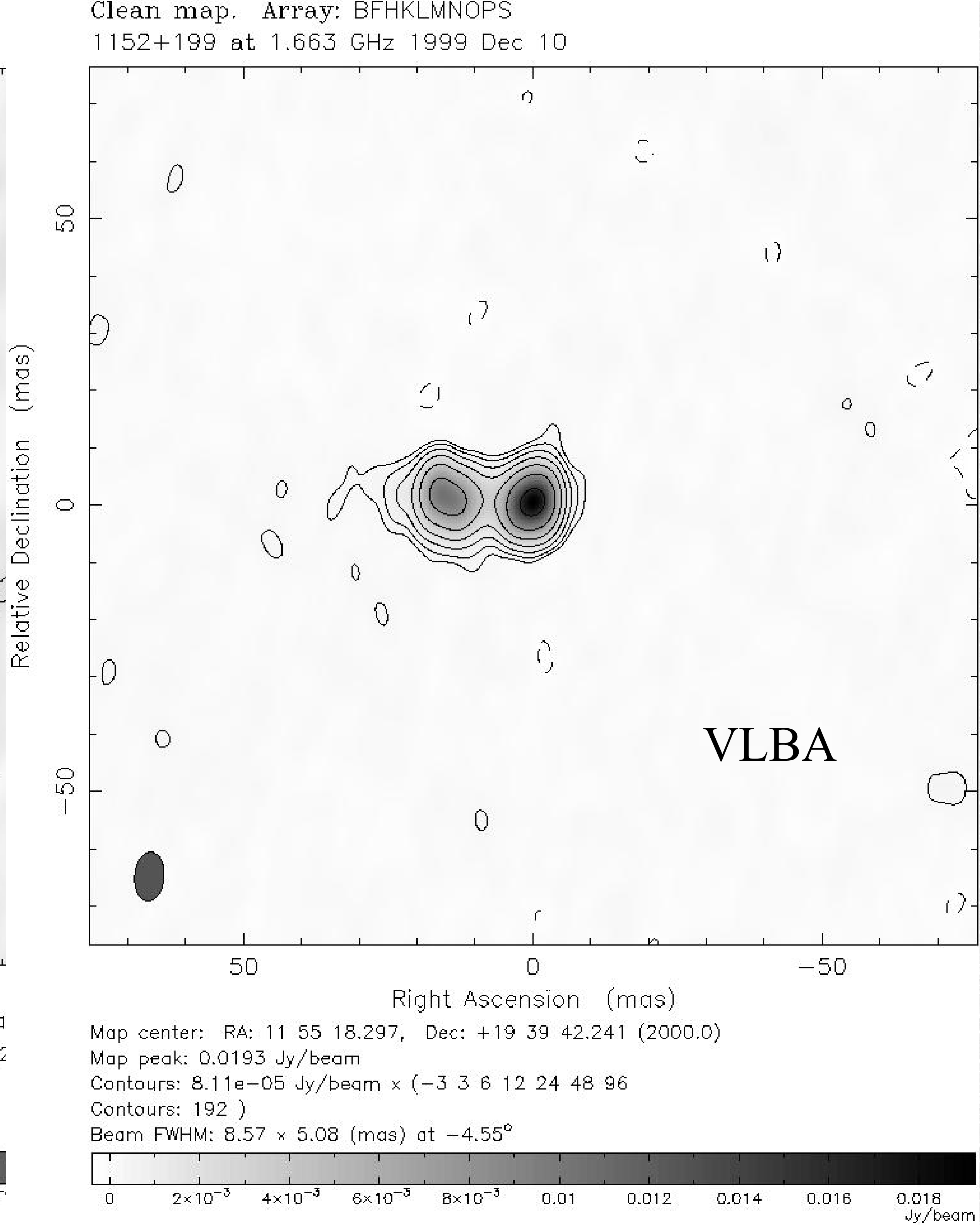
CLASS B1152+199



HST

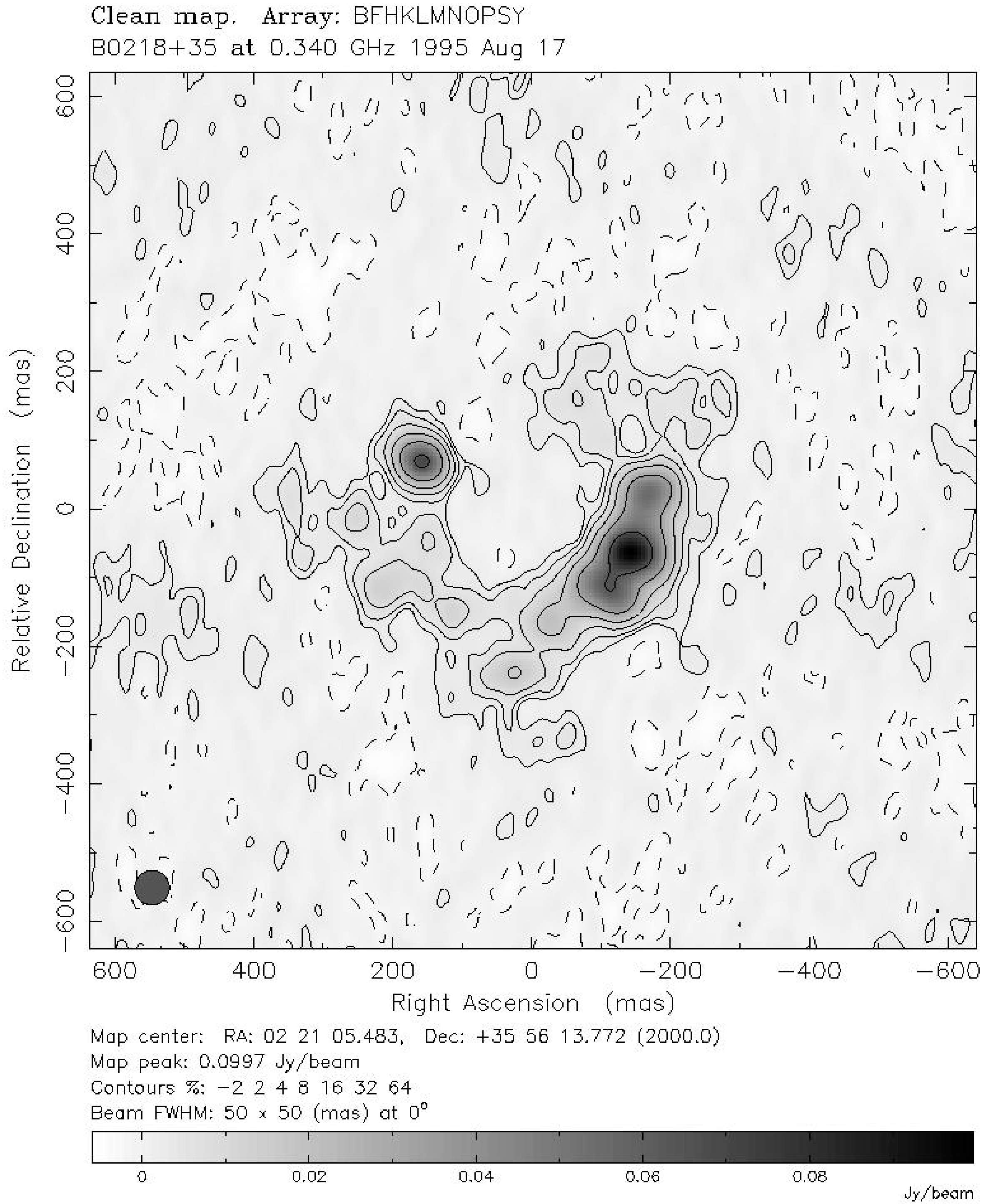



Clean map. Array: BFHKLMNOPS
1152+199 at 1.663 GHz 1999 Dec 10
Relative Declination (mas)
Right Ascension (ma
Map center: RA: 11 55 18.363, Dec: +19 39 40.990 (2
Map peak: 0.00441 Jy/beam
Contours: 7.23e-05 Jy/beam x (-3 3 6 12 24 48)
Beam FWHM: 8.57 x 5.08 (mas) at -4.55°

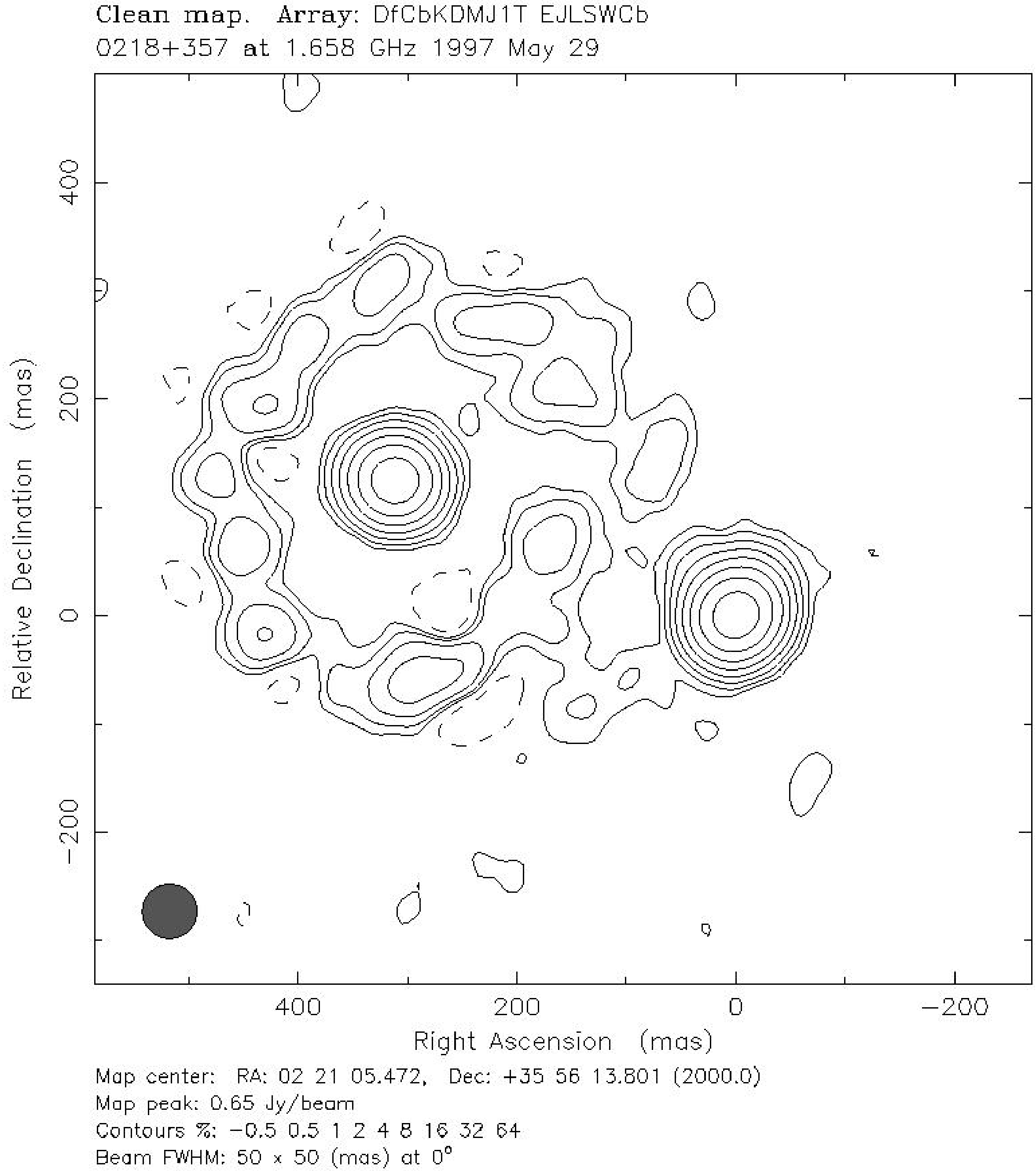

Clean map. Array: BFHKLMNOPS
1152+199 at 1.663 GHz 1999 Dec 10
VLBA
Relative Declination (mas)
Right Ascension (mas)
Map center: RA: 11 55 18.297, Dec: +19 39 42.241 (2000.0)
Map peak: 0.0193 Jy/beam
Contours: 8.11e-05 Jy/beam x (-3 3 6 12 24 48 96
Contours: 192)
Beam FWHM: 8.57 x 5.08 (mas) at -4.55°
Jy/beam

JVAS B0218+357

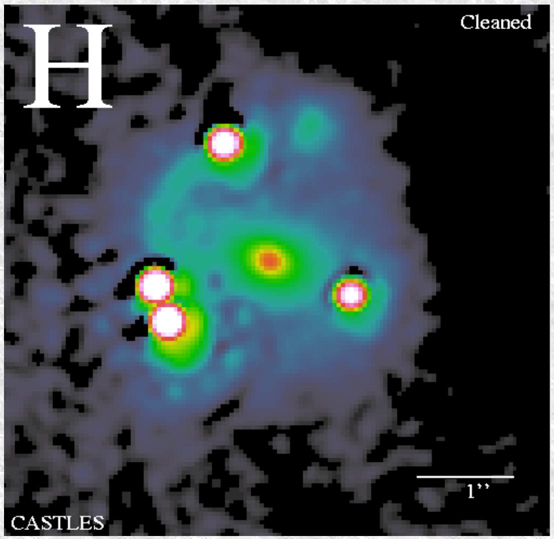
HST

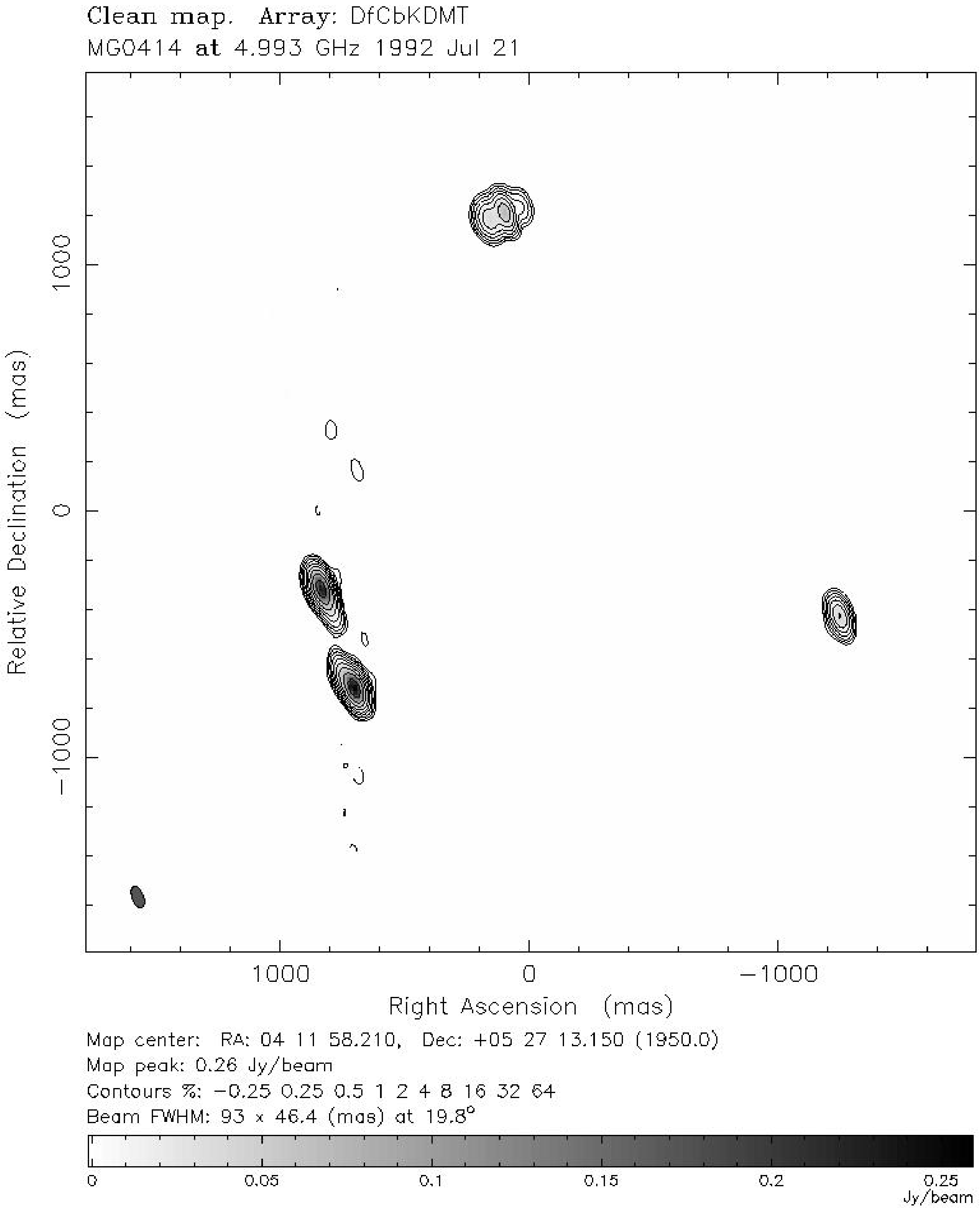


JVAS B0218+357

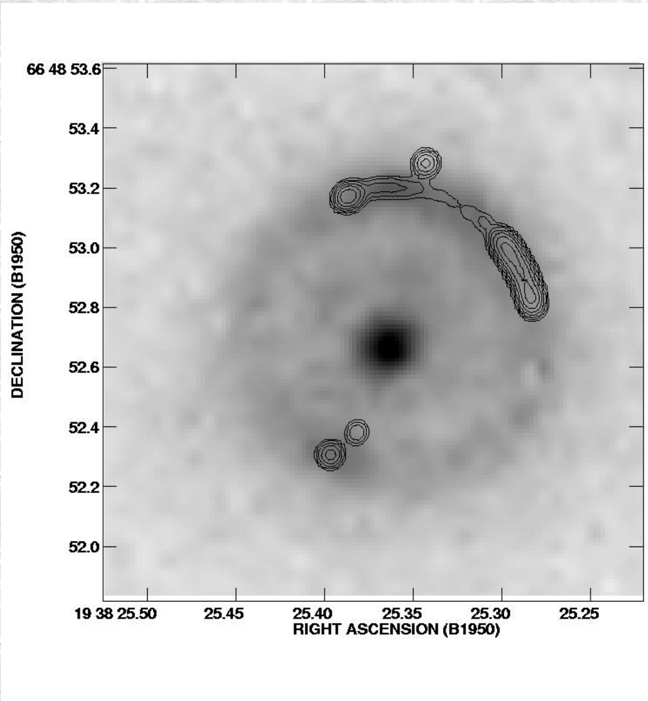


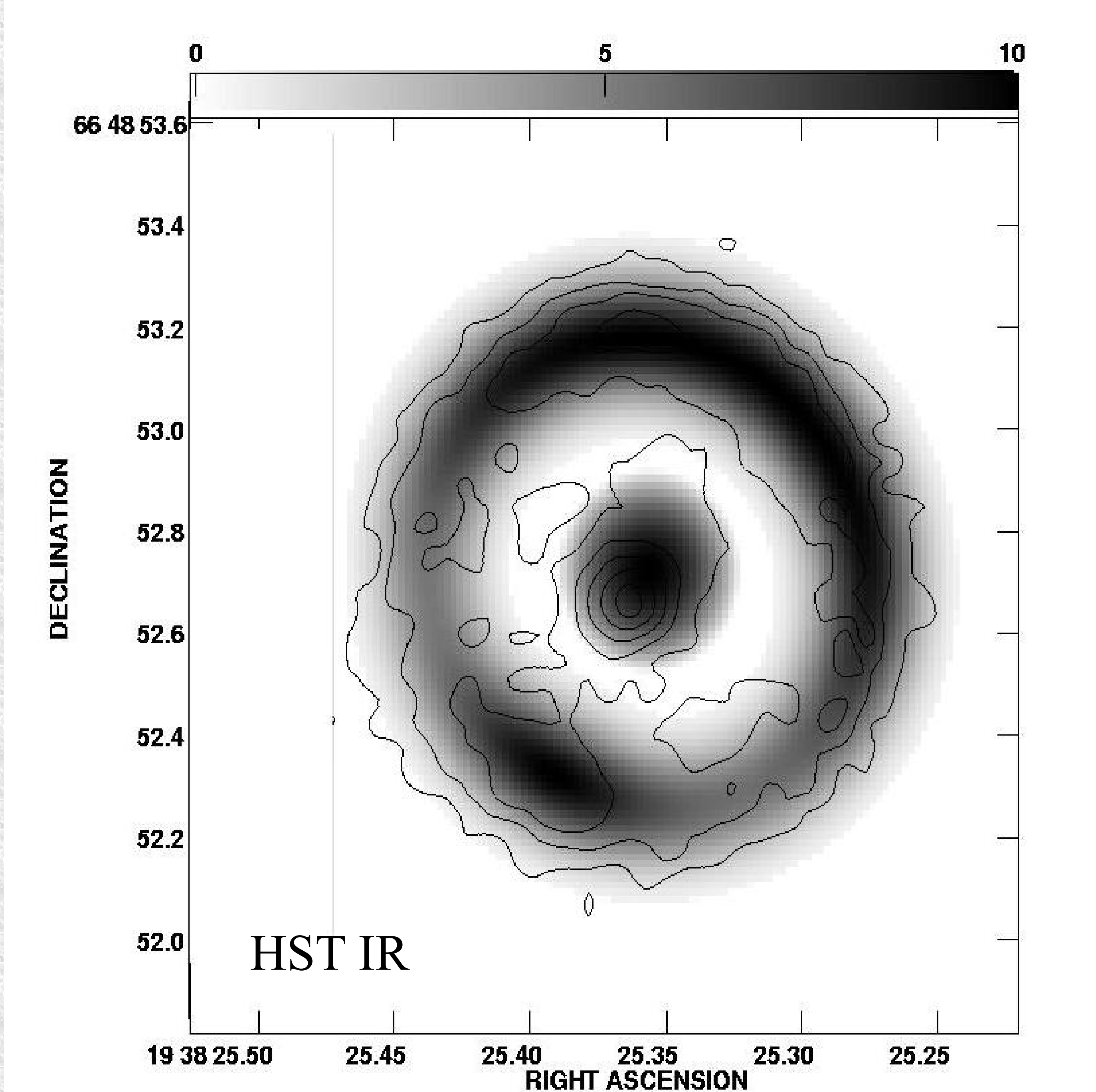
MG0414+0534


H
Cleaned
1''
CASTLES

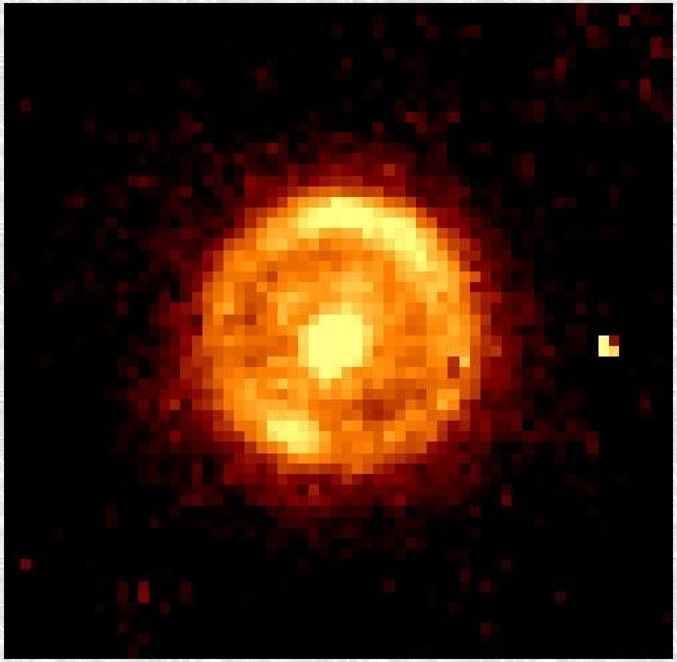

Clean map. Array: DfCbKDMT
MG0414 at 4.993 GHz 1992 Jul 21
Relative Declination (mas)
Right Ascension (mas)
1000
0
−1000
Map center: RA: 04 11 58.210, Dec: +05 27 13.150 (1950.0)
Map peak: 0.26 Jy/beam
Contours %: −0.25 0.25 0.5 1 2 4 8 16 32 64
Beam FWHM: 93 x 46.4 (mas) at 19.8°
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
Jy/beam

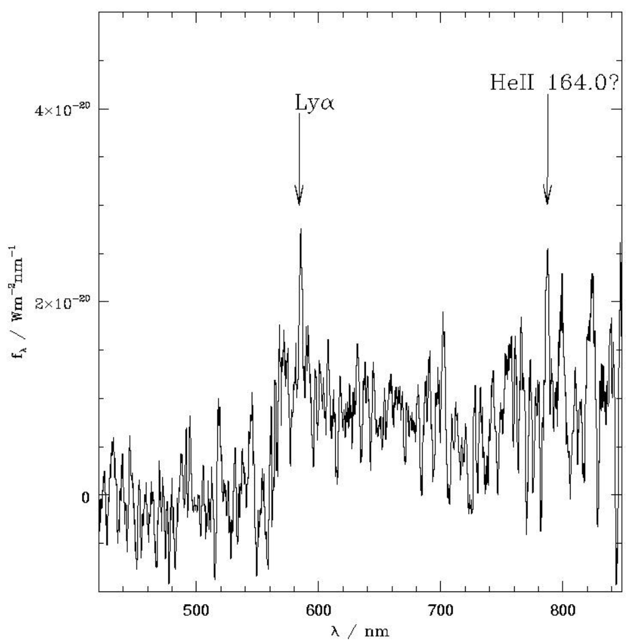
JVAS B1938+666

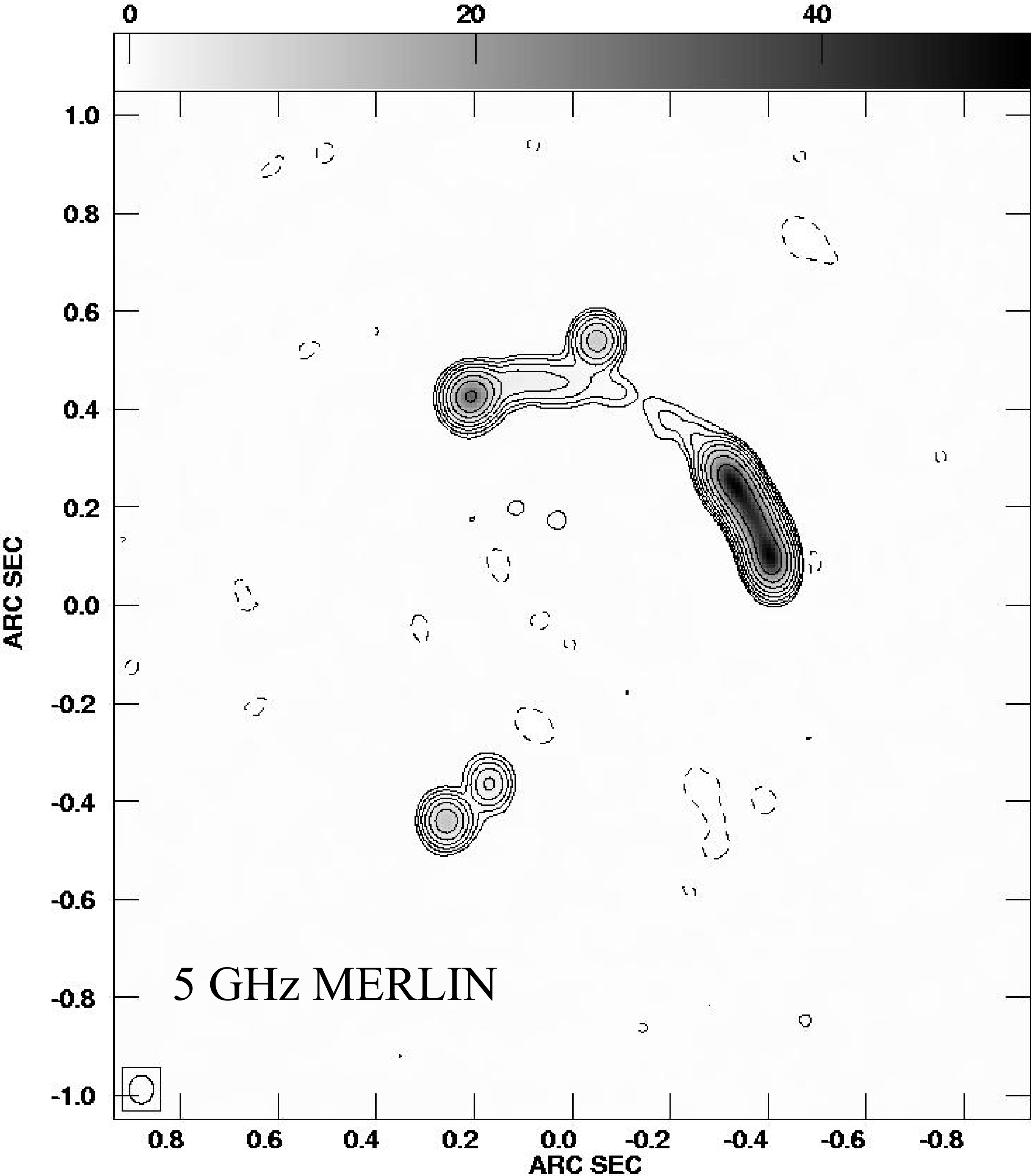




JVAS B1938+666







CLASS B1933+503 (10 obrazow !!!

(2+4+4 obrazy 3 zrodel)