

Astronomia Pozagalaktyczna – Zadania

Zadanie 1

Jasności. Betelgeza (gwiazda w gwiazdozbiorze Oriona) ma jasność obserwowaną $m = +0,45^m$ i widać ją gołym okiem. Jaką będzie mieć jasność jeśli oddalimy ją 10-krotnie? Czy będzie ją widać gołym okiem? Proszę wyjaśnić dlaczego tak lub nie.

Zadanie 2

Jasności. Dwie galaktyki mają tę samą jasność absolutną. Pierwsza ma jasność obserwowaną $m_1 = 15,27^m$, natomiast druga ma jasność obserwowaną $m_2 = 21,89^m$. Która galaktyka znajduje się dalej i o ile razy?

Zadanie 3

Rozmiary kątowe galaktyki. Obserwujemy galaktykę o średnicy $D = 20$ kpc. Jaka jest jej średnica kątowa jeśli znajduje się w odległości $r = 10$ Mpc? A jakda dla $r = 100$ Mpc? (Proszę przedstawić wynik w minutach/sekundach łuku.)

Zadanie 4

Rozmiary kątowe galaktyki. Obserwujemy galaktykę z poprzedniego zadania. Jakie są jej rozmiary kątowe jeśli jej prędkość ucieczki ma wartość $v = 10000$ km/s? A jakie dla $v = 70000$ km/s? Przyjmujemy, iż stała Hubble'a ma wartość $H_0 = 100h$ km/s/Mpc.

Zadanie 5

Zliczenia gwiazd. Przypuśćmy, że 10^{10} gwiazd, każda o jasności absolutnej $M_V = +4.73$ mag, jest równomiernie rozmieszczonych w kuli o promieniu $R = 10$ kpc wokół obserwatora. Ile gwiazd o wielkości obserwowanej $m_V \leq 4.73$ mag widać na całym niebie? A dla $m_V \leq 9.73$ mag?, $m_V \leq 14.73$ mag?, $m_V \leq 19.73$ mag?, $m_V \leq 24.73$ mag?

Zadanie 6

Zliczenia galaktyk. Przypuśćmy, że wszystkie galaktyki są identyczne, mają $M = -20$ mag i średnią koncentrację w przestrzeni $n = 0.02/\text{Mpc}^3$. (Rozkład jednorodny.) Ile galaktyk jaśniejszych od granicznej wielkości gwiazdowej, $m \leq m_{\text{lim}}$, zaobserwujemy na całym niebie? Jaki jest wynik liczbowy dla $m_{\text{lim}} = 15$ mag?, $m_{\text{lim}} = 20$ mag?, $m_{\text{lim}} = 25$ mag?

Zadanie 7

Redshift. W obserwowanym widmie galaktyki aktywnej linia $\text{Ly}\alpha$ widoczna jest na długości fali $6000\text{\AA}$. Jaki jest redshift z tej galaktyki? Laboratoryjna długość linii $\text{Ly}\alpha$ to $1216\text{\AA}$.

Zadanie 8

Redshift. Prędkość ucieczki galaktyki aktywnej wynosi $0.6c$. Jaki jest redshift z tej galaktyki i jaka będzie obserwowana długość linii $\text{H}\beta$? Laboratoryjna długość linii $\text{H}\beta$ to $4861\text{\AA}$. Czy jest ona widoczna w zakresie optycznym?

Zadanie 9

Funkcja świecenia. Przyjmijmy, że funkcja świecenia ma postać funkcji Schechtera:

$$n(L)dL = n_* \left(\frac{L}{L_*} \right)^\alpha \exp \left(-\frac{L}{L_*} \right) \frac{dL}{L_*} \quad (1)$$

oraz dane są $n_* = 2 \times 10^{-2} \text{ Mpc}^{-3}$, $L_* = 10^{10} L_\odot$, $\alpha = -1$.

A) Jaka jest oczekiwana liczba galaktyk w 1 Mpc³?

B) Jaka jest oczekiwana wartość mocy promieniowania w 1 Mpc³?

Zadanie 10

Zliczenia galaktyk. Funkcja świecenia ma postać $n(L)$, a rozkład przestrzenny galaktyk jest jednorodny. Ile obiektów jaśniejszych od strumienia granicznego ($F \geq F_{\text{lim}}$) można zaobserwować?

Zadanie 11

Paradoks Olbersa. Zakładamy, że źródła promieniowania rozmieszczone są ze stałą gęstością w przestrzeni (nieskończonej), i że sumaryczna moc wypromieniowywana z jednostki objętości ma wartość $\mathcal{L}$. Jakie jest natężenie światła docierające do obserwatora? (Tzn. jaki strumień promieniowania dociera z jednostkowego kąta bryłowego?)

Zadanie 12

Redshift. Jaki był rozmiar Wszechświata gdy powstawały gwiazdy populacji III ($z \approx 30$) w porównaniu do dzisiejszego rozmiaru Wszechświata? Jaka jest obserwowana długość fali wyemitowanej wtedy linii H α i w jakim zakresie widma może być dzisiaj obserwowana?

Zadanie 13

Metaliczność. Obliczyć metaliczność ($12 + \log(\text{O}/\text{H})$) galaktyki metodą O3N2 z pracy Pettini & Pagel (2004). Zmierzone strumienie linii wynoszą $F_{3727/9\text{\AA}}=5 \mu\text{Jy}$, $F_{4959\text{\AA}}=20 \mu\text{Jy}$, $F_{5007\text{\AA}}=50 \mu\text{Jy}$, $F_{4861\text{\AA}}=10 \mu\text{Jy}$, $F_{6584\text{\AA}}=2 \mu\text{Jy}$, $F_{6563\text{\AA}}=100 \mu\text{Jy}$. Jaką metaliczność ma taka galaktyka w porównaniu do metaliczności słonecznej? Jaka może być jasność absolutna takiej galaktyki? Porównać wyniki z Drogą Mleczną.

Zadanie 14

Ruch własny galaktyki. W grupie galaktyk o redshifcie $z = 0.067$ astronom odkrył nową galaktykę o jasności $m = 22.71$ mag. Jaka jest jej prędkość ucieczki, odległość i jasność absolutna jeśli galaktyka ma taki sam redshift jak grupa galaktyk ($H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$)? Następnie okazało się, że galaktyka ta porusza się względem tej grupy galaktyk w naszym kierunku z prędkością 4000 km/s. Jak zmieniłoby się oszacowanie jej jasności absolutnej wynikające z jej wolniejszego tempa ucieczki? Na koniec okazało się jeszcze, że astronom nie uwzględnił ekstynkcji, która wynosi $A = 0.27$ mag. Jak teraz zmieniają się jasności i odległości?

Zadanie 15

Funkcja masy początkowej gwiazd (IMF). Jeśli tempo powstawania gwiazd w galaktyce wynosi $10 M_\odot/\text{yr}$ i założymy IMF Salpetera w przedziale mas 0.1–120 $M_\odot$, to ile rocznie powstaje nowych gwiazd?

Zadanie 16

Jasność powierzchniowa. Wyprowadź przybliżone wyrażenie na całkowitą jasność galaktyki dyskowej o wykładniczo malejącym rozkładzie jasności powierzchniowej określonym wzorem $I(r) = I_0 \exp(-\frac{r}{a})$, gdzie a reprezentuje długość skali.

Zadanie 17

Relacja Tully-Fisher. Korzystając z wyniku Zadania 16, wyprowadzić relację Tully-Fisher.

Zadanie 18

Krzywa rotacji Galaktyki. Jaka jest masa Galaktyki (w masach Słońca) zawarta wewnątrz promienia 14 kpc?

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL LETTERS, 870:L10 (5pp), 2019 January 1

Mróz et al.

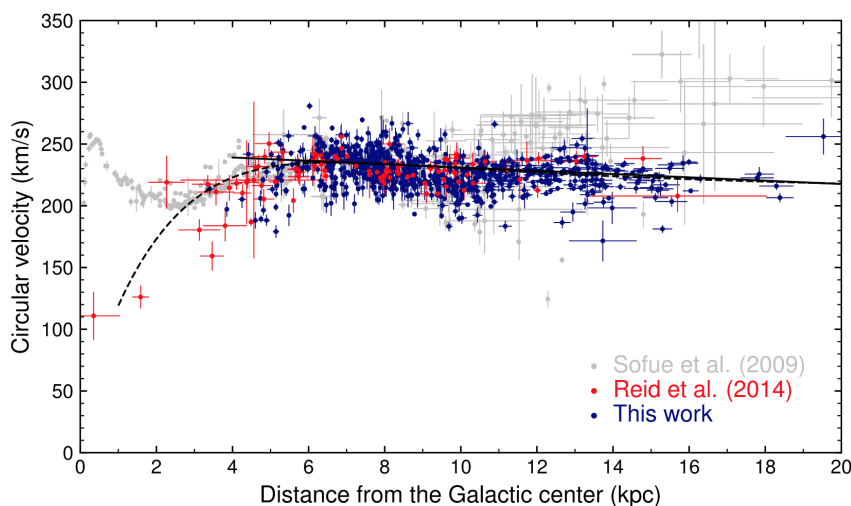


Figure 2. Rotation curve of the Milky Way for Cepheids assuming $R_0 = 8.09$ kpc and $\Theta_0 = 233.6$ km s⁻¹ (model 2). Red data points represent high-mass star-forming regions (Reid et al. 2014). Gray data points are taken from Sofue et al. (2009) and are rescaled to new (R_0, Θ_0) using formula $V_{\text{new}} = V_{\text{old}} + \frac{R}{8.0}(\Theta_0 - 200)$. Solid and dashed lines show the best-fitting models (linear and universal, respectively).

Zadanie 19

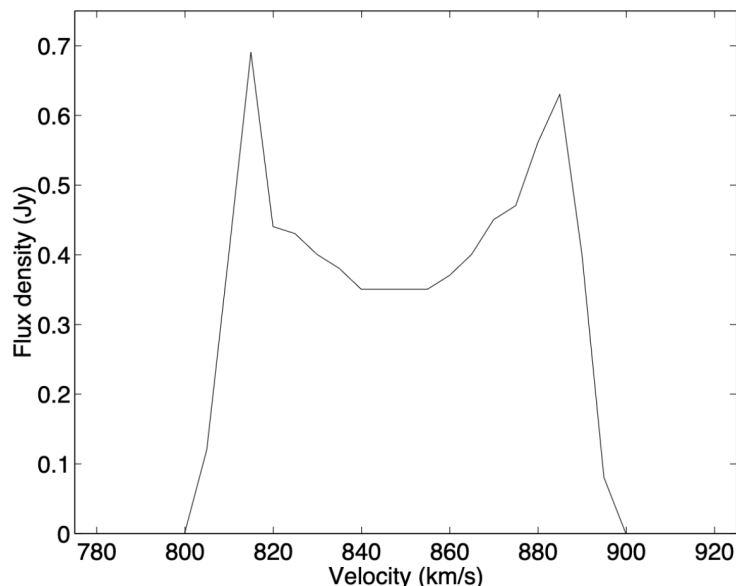
Galaktyki eliptyczne. Dwie galaktyki eliptyczne mają stosunek dyspersji prędkości równy 1.2.

A) Jaki jest stosunek jasności tych galaktyk?

B) Jaki jest stosunek mas tych galaktyk (zakładamy ten sam rozmiar)?

Zadanie 20

Relacja Tully-Fisher (galaktyki spiralne). Astronomowie z OAUW teleskopem OGLE zaobserwowali bardzo ciekawą galaktykę spiralną o jasności $m_I = 18.13$ mag (ekstynkcja w jej kierunku wynosi $A_I = 0.08$ mag). Dodatkowe obserwacje pokazały dyskowy profil linii emisyjnej (obrazek). Jaka jest jasność absolutna tej galaktyki i odległość do niej? (Proszę skorzystać z publikacji Tully & Pierce, 2000, ApJ, 533, 744.)



Profil linii HI – galaktyka edge-on (ustawiona brzegiem do nas).

Zadanie 21

Profil NFW. Jaka masa galaktyki zawarta jest w promieniu $r = 14$ kpc, 28 kpc i 200 kpc, zakładając profil gęstości ciemnej materii NFW

$$\rho_{\text{NFW}}(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2},$$

gdzie $r_s = 12.5$ kpc to promień charakterystyczny, a $\rho_0 = 10^{-2} \text{ M}_\odot/\text{pc}^3$ to normalizacja gęstości (masę materii barionowej ignorujemy)? Jeśli założymy, że cała jasność galaktyki $L = 1.5 \cdot 10^{10} L_\odot$ pochodzi z obszaru $r < 14$ kpc to jakim wartościom M/L to odpowiada dla trzech zadanych promieni?

Zadanie 22

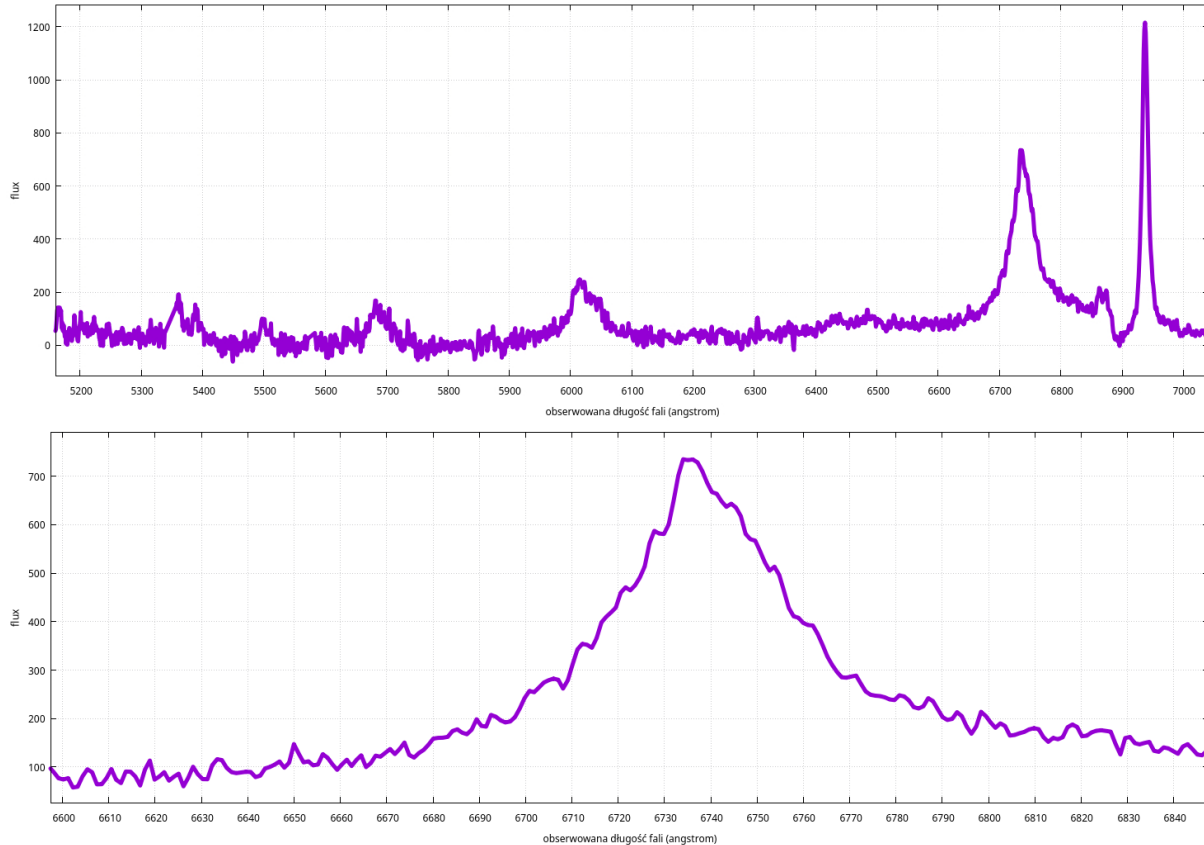
Masa czarnej dziury. (łatwe) Zmiany jasności linii $\text{H}\alpha$ są opóźnione w stosunku do kontinuum o 60 dni. Szerokość linii to $\sigma = 5000$ km/s. Proszę ocenić masę zawartą w obszarze, w którym linie są emitowane, traktując szerokość linii jako rezultat względnych ruchów obłoków emitujących.

Zadanie 23

Masa czarnej dziury. (trudniejsze) Załączone rysunki przedstawiają widmo kwazara MQS J043420.70-681623.5 odkrytego przez astronomów z Uniwersytetu Warszawskiego w ramach pro-

jektu Magellanic Quasars Survey. Szerokie linie emisyjne w widmie tego kwazara powstają w obłokach gazu znajdujących się w pewnej odległości od centralnej czarnej dziury. Jasność tego kwazara ulega zmianom - wiadomo, że zmiany natężenia szerokich linii emisyjnych są opóźnione o 138,5 dnia w stosunku do zmian jasności kontinuum (które jest emitowane z centralnych części dysku akrecyjnego otaczającego czarną dziurę).

Na podstawie załączonego widma (całe u góry i zbliżenie na szeroką linię emisyjną na dole) oblicz przesunięcie ku czerwieni kwazara i oszacuj jego masę. Wskazówka: Najczęściej obserwowane linie emisyjne w widmach kwazarów to (w nawiasie podano laboratoryjną długość fali): $\text{Ly}\alpha$ (1216 Å), CIV (1548Å), CIII (1909Å), MgII (2798 Å), He (3970Å), $\text{H}\delta$ (4102Å), $\text{H}\gamma$ (4340Å), $\text{H}\beta$ (4861Å), $[\text{OIII}]$ (4959Å), $[\text{OIII}]$ (5007 Å), oraz $\text{H}\alpha$ (6563Å).



Zadanie 24

Orbita marginalnie stabilna. Jaki jest rozmiar orbity marginalnie stabilnej ($r = 3r_S$) i okres obiegu cząstki na takiej orbicie wokół czarnych dziur o masach 10^6 , 10^7 , 10^8 i $10^9 M_\odot$? Potencjał Paczyńskiego-Wiity to

$$\phi_{PW} = -\frac{GM}{r - r_S}$$

Zadanie 25

Torus pyłowy w AGN. Proszę obliczyć promień sublimacji pyłu (ciało doskonale czarne) w km, ly i pc, dla AGN o jasności $L = 10^{45}$ erg/s. Założenie: temperatura sublimacji pyłu to 2000K.

Zadanie 26

Tempo akrecji na czarną dziurę. Jakie musi być tempo akrecji na czarną dziurę aby galaktyka Seyferta (tj. AGN) była dwa razy jaśniejsza od Drogi Mlecznej? Zakładamy wydajność konwersji masy na światło $\eta = 10\%$. Proszę wyrazić tempo akrecji w masach Słońca na rok.

Zadanie 27

Prędkości nadświatłne. Ciało A spoczywa względem obserwatora O , natomiast ciało B oddala się od A z prędkością v po prostej. Kierunek tej prędkości tworzy z linią widzenia kąt θ ($\angle OAB = \theta$). Jaka jest obserwowana prostopadła do linii widzenia prędkość ($v_\perp$) oddalania się B od A ($|AB| \ll |OA|$)?

Zadanie 28

Ekspansja Wszechświata. Znaleźć rozwiązania równania Friedmanna dla (a) tylko promieniowania i (b) tylko ciemnej energii. Korzystając z równania Friedmanna narysować ewolucję czynnika skali $a(t)$. Przejście fazowe z ery promieniowania do ery materii nastąpiło gdy $t = 5 \times 10^4$ lat, a przejścia fazowe z ery materii do ery ciemnej energii nastąpiło gdy $t = 10^{10}$ lat.

Zadanie 29

Akrecja sferyczna. Załóżmy, że sferyczna akrecja materii na czarną dziurę zachodzi z prędkością swobodnego spadku $v(r)$ i ze stałym tempem przepływu. Proszę policzyć grubość (głębokość) optyczną $\tau(r)$ ze względu na rozpraszanie na swobodnych elektronach od $r_{min} = \frac{2GM}{c^2}$ do $r = \infty$ dla krytycznego tempa akrecji opisanego wzorem

$$\dot{M}_{\text{Edd}} = \frac{L_{\text{Edd}}}{\eta c^2} = \frac{4\pi G M c m_p}{\sigma_T \eta c^2} \quad (2)$$

Przyjmujemy, że materia to całkowicie zjonizowany wodór. Grubość optyczna to

$$\tau(r) = \int_r^\infty \frac{\sigma_T}{m_p} \rho(r) dr \quad (3)$$

Tempo akrecji wyraża się przez parametry akrecji jako

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho(r) v(r) \quad (4)$$

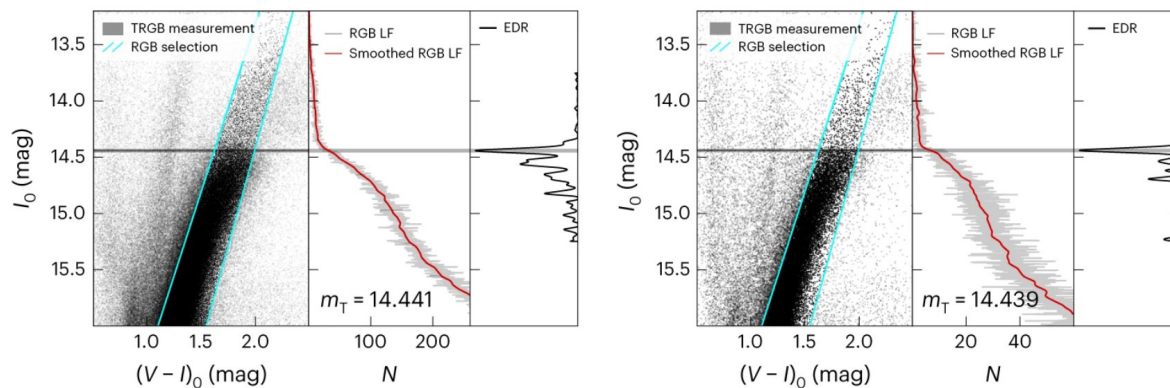
Przekrój czynny w rozpraszaniu Thompsona to $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$, a masa protonu to $m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Jaka jest “typowa” głębokość optyczna w dla galaktyk aktywnych?

Zadanie 30

Odległość. Satelita Gaia zmierzyła paralaksę do gwiazdy jako 46 mas. Jaka jest odległość do tej gwiazdy?

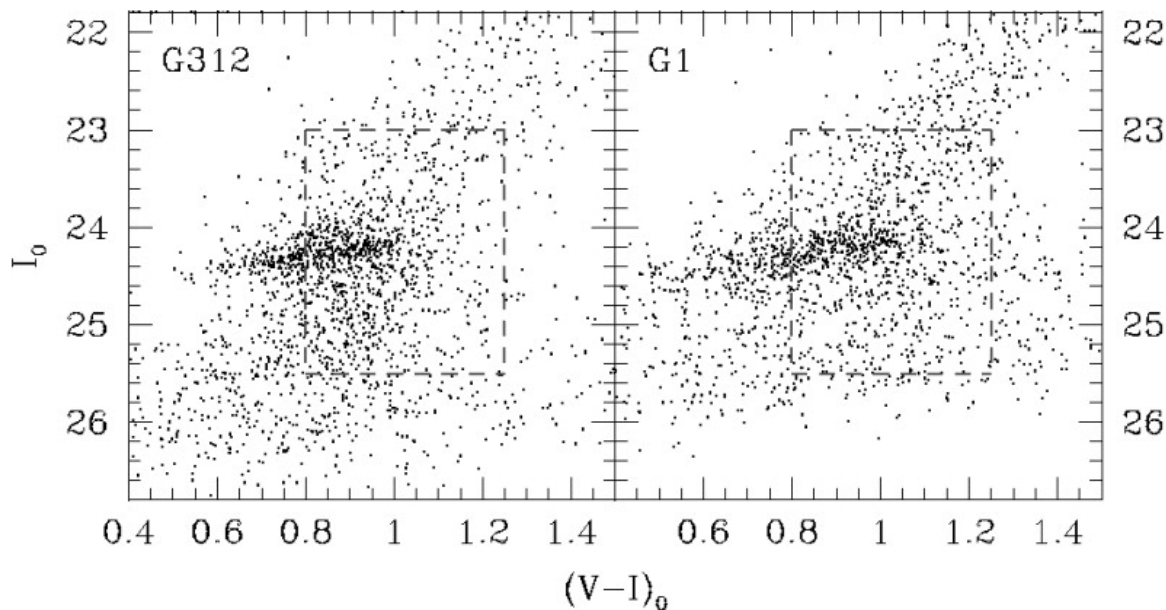
Zadanie 31

Tip of the Red Giant Branch (TRGB). Jasność TRGB w filtrze I wynosi około $1800L_{\odot}$. Jaka jest jasność absolutna TRGB, jeśli jasność absolutna Słońca to $M_I = 4.10$ mag? Na podstawie poniższego rysunku proszę wyznaczyć moduł odległości i odległość w kpc do Wielkiego Obłoku Magellana.



Zadanie 32

Red Clump. Kosmicznym Teleskopem Hubble'a wykonano dwa zdjęcia fragmentu galaktyki w Andromedzie (M31) – w filtrach V i I . Następnie wykonano fotometrię i sporządzono dwa wykresy CMD obejmujące obszar Red Clumpu (poniżej). Proszę wyznaczyć moduł odległości i odległość w kpc i ly do M31.



Zadanie 33

Wiek Wszechświata. Proszę przedstawić wzór, a następnie zaprogramować w domu lub użyć wolframalpha.com, aby wyliczyć wiek Wszechświata dla dwóch niezależnych zestawów parametrów kosmologicznych:

- CMB: $H_0 = 67.4 \text{ km/s/Mpc}$, $\Omega_M = 0.315$, $\Omega_\Lambda = 0.685$
- SNe Ia: $H_0 = 73.5 \text{ km/s/Mpc}$, $\Omega_M = 0.276$, $\Omega_\Lambda = 0.724$

Jaka jest różnica wieku Wszechświata dla tych dwóch zestawów parametrów kosmologicznych?

Zadanie 34

Ekspansja Wszechświata. Przed rokiem 1998 uważano, że $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$, $\Omega_M = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.0$, natomiast odległe SNe Ia pokazały, że $H_0 = 73.5 \text{ km/s/Mpc}$, $\Omega_M = 0.276$, $\Omega_\Lambda = 0.724$. Proszę przedstawić wzór, a następnie zaprogramować w domu lub użyć wolframalpha.com, aby wyliczyć o ile magnitudo odległe SNe Ia na redshiftcie $z = 1.4$ okazały się być ciemniejsze/jasniejsze (proszę odpowiedzieć) niż w zakładanym początkowo modelu? Jak wyjaśniono tę różnicę? [Proszę użyć publikację Hogg (2000) “Distance measures in cosmology”.]

Zadanie 35

Równanie cieczy. Proszę wyprowadzić zależność $a(w)$, gdzie równanie cieczy to

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0 \quad (5)$$

oraz równanie stanu to

$$p = w\rho c^2. \quad (6)$$

Zadanie 36

Wszechświat Einsteina-de Sittera ($\Omega_M = 1$, $\Omega_\Lambda = 0.0$). Odkryto kwazar na redshiftcie $z \approx 5.1$. Jaką drogę miało to światło do przebycia? Jak daleko jest ten obiekt od nas obecnie? [$H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$]

Zadanie 37

Supernowe Ia. Proszę oszacować jasność obserwowaną m supernowej Ia (jasność absolutna $M = -19.7 \text{ mag}$) dla redshiftu $z = 1.4$ we Wszechświecie z następującymi parametrami kosmologicznymi $\Omega_M = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. [K-corrections i ekstynkcję ignorujemy.]

Jasność graniczna obiektów obserwowanych przez teleskop OGLE wyniosła $m_{\text{LIM}} = 21.5 \text{ mag}$. Czy będziemy w stanie wykryć SNe Ia na $z = 1.4$? Jeśli nie, proszę oszacować maksymalny redshift supernowej Ia obserwowanej przez projekt OGLE,

Zadanie 38

“Przejścia fazowe” Wszechświata. Przy jakim redshiftcie z rozpoczęła się era materii? Czy było to przed czy po momencie rekombinacji ($z = 1090$)?. Przy jakim redshiftcie z rozpoczęła się era ciemnej energii? Jak dawno temu to było? [$\Omega_M = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, $\Omega_R = 8.4 \times 10^{-5}$.]

Zadanie 39

Ekspansja Wszechświata. Proszę pokazać, że Wszechświat o niezerowej gęstości nie może być statyczny – tj. proszę wyprowadzić równanie na przyspieszenie z Równania Friedmana (wskazówka należy użyć równania cieczy):

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2} \quad (7)$$

Zadanie 40

CMB. Dzisiaj temperatura mikrofalowego promieniowania tła wynosi 2,725K. Jaka była jego temperatura przy redshifcie $z = 5$, $z = 13$ i $z = 1090$?

Zadanie 41

Gęstość krytyczna Wszechświata. Proszę wyprowadzić wzór na gęstość krytyczną Wszechświata. Ile ona obecnie wynosi? Czy zmienia się w czasie? Ile wynosiła na $z = 5$?

Zadanie 42

Ciemna materia. Załóżmy, że ciemna materia tworzy zwarte obiekty – MACHO. Jak długie będzie zjawisko mikrosoczewkowania grawitacyjnego dla MACHO o masie $0,1 M_\odot$, $1 M_\odot$ i $10 M_\odot$, wiedząc że jego prędkość prostopadła do linii widzenia to 250 km/s, a odległość 20 kpc? Źródło znajduje się w Wielkim Obłoku Magellana (w odległości 50 kpc). Promień pierścienia Einsteina to

$$R_E^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{(D_S - D_L)D_L}{D_S} \quad (8)$$

Jaka długość będzie miało zjawisko mikrosoczewkowania dla tych samych mas w wyniku samo-soczewkowania (self-lensing) jeśli względna prędkość dwóch gwiazd to 140 km/s (prostopadła do linii widzenia), a odległości do nich to 48 kpc i 52 kpc? Czy da się odróżnić soczewkowanie spowodowane MACHO od self-lensingu?

Zadanie 43

Hipoteza “zmęczonego światła”. Jest to teoria próbująca wyjaśnić prawo Hubble’a bez angażowania ekspansji Wszechświata, zaproponowana przez Fritza Zwicky’ego w 1929 roku. W teorii tej Wszechświat nie rozszerza się, natomiast światło traci energię na jednostkę odległości poprzez

$$\frac{dE}{dr} = -KE \quad (9)$$

gdzie K jest stałą. Proszę wyprowadzić wzór na redshift w funkcji odległości oraz pokazać, że ta zależność jest liniowa dla $z \ll 1$.

Zadanie 44

Neutrino. Załóżmy, że masa neutrino wynosi $m_\nu = 10^{-5}m_e$ (masy elektronu). Proszę obliczyć gęstość neutrin potrzebnych do skompensowania gęstości ciemnej materii we Wszechświecie (równe gęstości). Założenia: Wszechświat jest płaski, a 25% jego masy stanowi ciemna materia.

Zadanie 45

Czarna dziura w Drodze Mlecznej. Obserwacje na falach radiowych obłoków gazu wirujących wokół czarnej dziury w centrum naszej Galaktyki pokazują, że emisja wodoru (na długości fali 21 cm) mierzona jest na częstotliwości 1421,23 MHz. Przy założeniu, że chmura gazu znajduje się w odległości 0,2 pc od czarnej dziury i krąży po orbicie kołowej, proszę (a) obliczyć prędkość tej chmury, (2) ustalić czy zbliża się ona do nas czy oddala i (3) obliczyć masę czarnej dziury.

Zadanie 46

Płaska krzywa rotacji. Krzywa prędkości rotacji Drogi Mlecznej (a także innych galaktyk) jest płaska, $v(r) \approx \text{const}$. Dla sferycznie-symetrycznego rozkładu gęstości $\rho(r)$, proszę znaleźć zależność $\rho(r)$, która daje płaską krzywą prędkości.

Zadanie 47

Obserwowana liczba supernowych. Częstotliwość wybuchów gwiazd supernowych Ia wynosi około $3 \times 10^{-5} \text{ Mpc}^{-3} \text{ rok}^{-1}$. Projekt OGLE pozwala na wykrycie tych supernowych do odległości 500 Mpc ($z \approx 0.1$). Ile stopni kwadratowych nieba trzeba obserwować, aby znaleźć 10 SNe Ia rocznie?

Zadanie 48

Wzrost masy czarnej dziury. Załóżmy, że czarna dziura w pewnym momencie początkowym $t = 0$ ma masę $M_{\text{BH}}(0)$, a następnie narasta przy stałej wydajności η i przy stałym stosunku Eddingtona L/L_{Edd} .

(1) Proszę wyprowadzić wzór na przyrost masy w czasie: $M_{\text{BH}}(t)$.

(2) Załóżmy, że początkowa masa wynosi $M_{\text{BH}}(0) = 10 M_{\odot}$. Jeśli wydajność wynosi $\eta = 0.1$, a akrecja zachodzi z jasnością Eddingtona, ile wyniesie masa czarnej dziury po 10^9 lat?

Zadanie 49

Soczewkowanie grawitacyjne. Odległość do soczewki to D_L , odległość do źródła to D_S , a liniowy promień Einsteina (R_E) dany jest wzorem.

$$R_E^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{(D_S - D_L)D_L}{D_S} \quad (10)$$

Niech $x = \frac{D_L}{D_S}$. Wyprowadź wzór na powierzchnię wewnątrz promienia Einsteina (oznaczoną literą A). Dla jakiego x A jest maksymalne? Narysuj wykres $A(x)$ dla $0 \leq x \leq 1$.

Zadanie 50

Ciemna materia. W otoczeniu Słońca ($r = 8.3 \text{ kpc}$) zdarzają się gwiazdy poruszające się z prędkościami $v_* = 500 \text{ km/s}$. Do jakiego minimalnego promienia r_{min} musi sięgać halo ciemnej materii aby takie gwiazdy były związane grawitacyjnie z Galaktyką? Przyjmujemy $v_{\odot} = 220 \text{ km/s}$, prędkość rotacji jest stała aż do r_{min} , a na zewnątrz gęstość materii zanika.

Zadanie 51

Promieniowanie. Natężenie promieniowania obiektu nie ewoluuje i ma postać

$$I(\nu) = I_0 \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{-\alpha} \quad (11)$$

Jak będzie zależeć $I(\nu)$ od redshiftu z ?

Zadanie 52

TDE. Gwiazda ma promień R_* , masę m_* i znajduje się w odległości r_t od supermasywnej czarnej dziury o masie M_{BH} . Proszę wyprowadzić wzór na promień pływowy czarnej dziury r_t , przy którym gwiazda zostanie rozerwana. Założenie $R_*/r_t \ll 1$.

Zadanie 53

TDE. Używając wzoru z Zadania 52, proszę obliczyć promień pływowy r_t dla czarnych dziur o masach $M_{BH} = 10^6, 10^7, 10^8$ oraz $10^9 M_\odot$. Proszę porównać promień pływowy r_t dla tych czterech mas czarnej dziury z odpowiadającymi im promieniami Schwarzschilda r_{Schw} (rozmiarami horyzontu zdarzeń). Jaki wniosek płynie z takiego porównania?

Zadanie 54

Mikrosoczewkowanie. Gwiazda typu Red Clump znajdująca się w M31 ($d = 765$ kpc) jest soczewkowana przez gwiazdę o jasności Słońca znajdującą się 2 kpc od nas. Parametr zderzenia wynosi $u_0 = 0.001$. Jakie są jasności gwiazd w momencie maksimum soczewkowania? Która jest jaśniejsza? Czy będzie je (ją?) widać w projekcie ASAS-SN? Potrzebne dane wyszukaj samodzielnie.

Zadanie 55

Rozpraszanie Comptonowskie. Laboratoryjna energia fotonu $K\alpha$ żelaza to 6.4 keV. Jaką energię będzie miał zaobserwowany foton $K\alpha$ żelaza, który przybył z obiektu UHZ1, po wcześniejszym rozproszeniu na elektronie pod kątem 60° . Ile energii oddał elektronowi? Potrzebne dane wyszukaj samodzielnie.